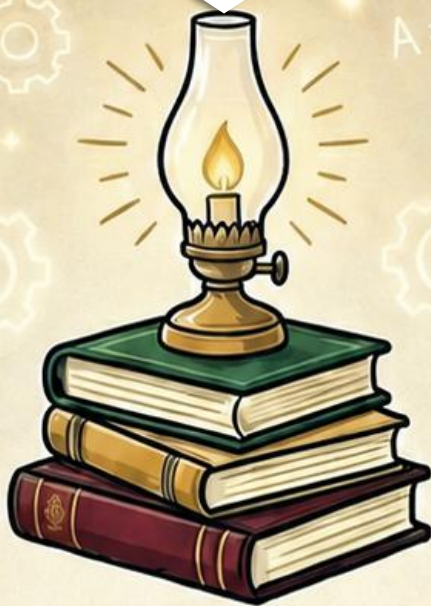




$$A = \frac{m}{(m^2 + c)^2}$$



# NIOS PYQ's SOLUTIONS

$$\sqrt{a} = bc^2$$

$$\sqrt{h-x^2}$$

PREVIOUS YEARS' QUESTIONS & ANSWERS



APRIL 2026

Your Path to Success

## (SET – A)

**प्रश्न 1.**  $(x + 8)(x - 10)$  किसके बराबर है:

(A)  $x^2 - 2x + 80$

(B)  $x^2 - 2x - 80$

(C)  $x^2 + 2x + 80$

(D)  $x^2 + 2x - 80$

**उत्तर:** (B)  $x^2 - 2x - 80$

**प्रश्न 2.** निम्नलिखित में से कौन-सा एक रैखिक समीकरण नहीं है?

(A)  $2x + 5 = 1$

(B)  $x - 1 = 0$

(C)  $y + 7 = 0$

(D)  $5x + 7$

**उत्तर:** (D)  $5x + 7$

**प्रश्न 3.** यदि समीकरण  $ax^2 + bx + c = 0$  के मूल बराबर हों, तो  $c$  का मान है:

(A)  $-\frac{b}{2a}$

(B)  $\frac{b}{2a}$

(C)  $\frac{b^2}{4a}$

(D)  $-\frac{b^2}{4a}$

**उत्तर:** (C)  $\frac{b^2}{4a}$

**प्रश्न 4.** समांतर श्रेणी 7, 11, 15, ..., 147 का अंत से 9वां पद है:

(A) 135

(B) 125

(C) 115

(D) 110

**उत्तर:** (C) 115

**प्रश्न 5.** 25 रेडियो हैं, जिनमें से 16 खराब हैं। खराब रेडियो का प्रतिशत है:

(A) 85

(B) 75

(C) 64

(D) 60

**उत्तर:** (C) 64

**प्रश्न 6.** ₹2,500 पर 2 वर्ष 6 महीने के लिए 6% वार्षिक दर से साधारण ब्याज है:

(A) ₹350

(B) ₹750

(C) ₹375

(D) ₹850

**उत्तर:** (C) ₹375

**प्रश्न 7.** यदि किसी बिंदु का  $x$  निर्देशांक शून्य है, तो यह बिंदु हमेशा स्थित होता है:

(A) प्रथम चतुर्थांश में

(B) द्वितीय चतुर्थांश में

(C)  $x$ -अक्ष पर

(D)  $y$ -अक्ष पर

**उत्तर:** (D)  $y$ -अक्ष पर



प्रश्न 8. वृत्त के आंतरिक भाग में स्थित एक बिंदु से वृत्त पर खींची जा सकने वाली स्पर्शरेखाओं की संख्या है:

- (A) 0 (B) 1  
(C) 2 (D) 4

उत्तर: (A) 0

प्रश्न 9. वृत्त के एक ही वृत्तखंड में कोण होते हैं:

- (A) पूरक (B) संपूरक  
(C) असमान (D) समान

उत्तर: (D) समान

प्रश्न 10.  $1 m^2$  बराबर है:

- (A)  $100 cm^2$  (B)  $1000 cm^2$   
(C)  $10,000 cm^2$  (D)  $-01 cm^2$

उत्तर: (C)  $10,000 cm^2$

प्रश्न 11. वृत्त का व्यास है:

- (A) त्रिज्या का दोगुना (B) त्रिज्या का आधा  
(C) त्रिज्या के बराबर (D) त्रिज्या का एक-तिहाई

उत्तर: (A) त्रिज्या का दोगुना

प्रश्न 12. यदि  $\sin A = \frac{3}{5}$ , तो  $\cos A$  का मान है:

- (A)  $\frac{5}{3}$  (B)  $\frac{5}{4}$   
(C)  $\frac{4}{5}$  (D)  $\frac{3}{4}$

उत्तर: (C)  $\frac{4}{5}$

प्रश्न 13. यदि  $k + 7\sec^2 52^\circ - 7\tan^2 52^\circ = 7$ , तो  $k$  का मान है:

- (A) 0 (B) 1  
(C) 7 (D)  $\frac{1}{7}$

उत्तर: (A) 0

प्रश्न 14. यदि  $\cos \theta \times \frac{1}{\sec \theta} = 1$  और  $\theta$  एक न्यून कोण है, तो  $\theta$  का मान है:

- (A)  $90^\circ$  (B)  $60^\circ$   
(C)  $30^\circ$  (D)  $0^\circ$

उत्तर: (D)  $0^\circ$



प्रश्न 15. निम्नलिखित में से कौन-सी किसी घटना की प्रायिकता नहीं हो सकती?

- (A)  $\frac{2}{3}$  (B)  $-\frac{1}{5}$   
(C) 15% (D) 0.5

उत्तर: (B)  $-\frac{1}{5}$

प्रश्न 16. प्रथम पाँच अभाज्य संख्याओं का माध्य है:

- (A) 2.6 (B) 3.6  
(C) 4.6 (D) 5.6

उत्तर: (D) 5.6

प्रश्न 17. आँकड़ों 10, 12, 14, 16, 18, 20 की माधिका है:

- (A) 12 (B) 14  
(C) 15 (D) 16

उत्तर: (C) 15

प्रश्न 18. रिक्त स्थान भरें:

क)  $(x^2 + 3)^2 + (x^2 - 3)^2 = \_ : 2x^4 + 18$

ख)  $(a - 5b)^3 = \_ : a^3 - 15a^2b + 75ab^2 - 125b^3$

प्रश्न 19. कॉलम-I के कथन को कॉलम-II के सही विकल्प से मिलाइए।

कॉलम-I:

- क) समांतर श्रेणी 16, 11, 6, ... का 15वां पद है —  
ख) समांतर श्रेणी 11, 16, 21, 26, ... के प्रथम 12 पदों का योग है —

कॉलम-II:

- i) 462  
ii) 54  
iii) -54  
iv) 467

उत्तर: क) → iii) -54; ख) → i) 462

प्रश्न 20. सही कथन के लिए 'सत्य' और गलत कथन के लिए 'असत्य' लिखिए:

- क) बिंदु (4, 3) रेखा  $3x + 7y = 27$  पर स्थित है।: असत्य  
ख) समीकरण  $y = -3$  का ग्राफ  $x$ -अक्ष के समांतर एक रेखा है।: सत्य

प्रश्न 21. कॉलम-I के कथन को कॉलम-II के सही विकल्प से मिलाइए।

कॉलम-I:

- क) समीकरण  $2x^2 + x - 6 = 0$  के मूल हैं:  
ख) समीकरण  $x^2 - 3x + 3 = 0$  के मूल हैं:

कॉलम-II:

- i) वास्तविक और बराबर  
ii) वास्तविक और भिन्न  
iii) अवास्तविक

उत्तर: क) → ii) वास्तविक और भिन्न; ख) → iii) अवास्तविक



**प्रश्न 22. रिक्त स्थान भरें:**

क) बिंदु  $P(-2,3)$  की  $y$ -अक्ष से दूरी  $\quad$  इकाई है।: **2 इकाई**

ख) बिंदुओं  $P(5\cos 35^\circ, 0)$  और  $Q(0, 5\cos 55^\circ)$  के बीच की दूरी  $\quad$  इकाई है।: **5 इकाई**

**प्रश्न 23. रिक्त स्थान भरें:**

क) यदि  $PQ$  किसी वृत्त की एक जीवा है और  $PT$  बिंदु  $P$  पर वृत्त की एक स्पर्शरेखा इस प्रकार है कि  $\angle QPT = 60^\circ$ , तो  $\angle POQ$  का मान  $\quad$  है, जहाँ  $O$  वृत्त का केंद्र है।:  **$120^\circ$**

ख) यदि  $TP$  और  $TQ$  केंद्र  $O$  वाले किसी वृत्त की दो स्पर्शरेखाएँ इस प्रकार हैं कि  $\angle POQ = 110^\circ$ , तो  $\angle PTQ$  का मान  $\quad$  है।:  **$70^\circ$**

**प्रश्न 24. सही कथन के लिए 'सत्य' और गलत कथन के लिए 'असत्य' लिखिए:**

क) एक त्रिभुज  $ABC$  की रचना, जिसमें  $BC = 3$  cm और  $\angle C = 30^\circ$  है, तब संभव है जब  $AB - AC = 3.2$  cm हो।:

**असत्य**

ख) रेखाखंड  $AB$  का लंब समद्विभाजक खींचने के लिए, हम परकार को  $\frac{1}{2}AB$  से कम खोलते हैं।: **असत्य**

**प्रश्न 25. रिक्त स्थान भरें:**

क) यदि  $ABCD$  एक चक्रीय चतुर्भुज है जिसमें  $\angle DAB = 110^\circ$  है, तो  $\angle BCD$  का मान  $\quad$  है।:  **$70^\circ$**

ख)  $AB$  केंद्र  $O$  वाले किसी वृत्त की एक जीवा है और  $C$  दीर्घ चाप पर स्थित एक बिंदु है। यदि  $\angle OAB = 40^\circ$ , तो  $\angle ACB$  का मान  $\quad$  है।:  **$50^\circ$**

**प्रश्न 26. रिक्त स्थान भरें:**

क) यदि  $\tan(A + B) = \sqrt{3}$  और  $\tan(A - B) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ , जहाँ  $A > B$  और  $A, B$  न्यून कोण हैं, तो  $\sec(A - B) = \quad$

$A + B = 60^\circ$  और  $A - B = 30^\circ$ :  **$\frac{2\sqrt{3}}{3}$**

ख)  $\sec \theta (1 - \sin \theta)(\sec \theta + \tan \theta)$  का मान  $\quad$  है।: **1**

**प्रश्न 27. सही कथन के लिए 'सत्य' और गलत कथन के लिए 'असत्य' लिखिए:**

क) दो पासे एक साथ फेंके जाते हैं। दोनों पर सम संख्या आने की प्रायिकता  $\frac{3}{4}$  है।: **असत्य**

ख) प्राकृत संख्याओं 1 से 30 में से एक अभाज्य संख्या चुनने की प्रायिकता  $\frac{1}{3}$  है।: **सत्य**



प्रश्न 28. एक जूस की दुकान में जूस दो प्रकार के गिलासों में परोसा जाता है। दोनों गिलास बेलनाकार हैं जिनकी आंतरिक त्रिज्या 3 cm और ऊँचाई 10 cm है। पहले प्रकार के गिलास का तल अर्द्धगोलाकार उठा हुआ है और दूसरे प्रकार के गिलास का तल 1.5 cm ऊँचाई के शंकु के आकार में उठा हुआ है।

उपरोक्त जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

i) पहले प्रकार के गिलास की आभासी क्षमता है:

- (A)  $282.85 \text{ cm}^3$  (B)  $284.85 \text{ cm}^3$   
(C)  $286.85 \text{ cm}^3$  (D)  $288.85 \text{ cm}^3$

उत्तर: (A)  $282.85 \text{ cm}^3$

ii) पहले प्रकार के गिलास की वास्तविक क्षमता है:

- (A)  $229.28 \text{ cm}^3$  (B)  $226.28 \text{ cm}^3$   
(C)  $223.28 \text{ cm}^3$  (D)  $220.28 \text{ cm}^3$

उत्तर: (B)  $226.28 \text{ cm}^3$

iii) दूसरे प्रकार के गिलास की वास्तविक क्षमता है:

- (A)  $272.71 \text{ cm}^3$  (B)  $268.71 \text{ cm}^3$   
(C)  $265.71 \text{ cm}^3$  (D)  $263.71 \text{ cm}^3$

उत्तर: (B)  $268.71 \text{ cm}^3$

iv) दोनों गिलासों में से किसमें अधिक जूस पीने के लिए उपलब्ध है और कितना?

- (A) पहला,  $42.43 \text{ cm}^3$  (B) दूसरा,  $42.43 \text{ cm}^3$   
(C) पहला,  $48.43 \text{ cm}^3$  (D) दूसरा,  $48.43 \text{ cm}^3$

उत्तर: (B) दूसरा,  $42.43 \text{ cm}^3$

v) गिलास का वक्रपृष्ठ क्षेत्रफल है:

- (A)  $195.57 \text{ cm}^2$  (B)  $192.57 \text{ cm}^2$   
(C)  $188.57 \text{ cm}^2$  (D)  $183.57 \text{ cm}^2$

उत्तर: (C)  $188.57 \text{ cm}^2$

प्रश्न 29.  $P(x) = x^2 - 4$  और  $Q(x) = x^2 + 4x + 8$  का म.स.प. (HCF) ज्ञात कीजिए।

उत्तर:  $P(x) = x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$  (सर्वसमिका  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$  से)

$Q(x) = x^2 + 4x + 8$  का विविक्तकर:  $D = (4)^2 - 4(1)(8) = 16 - 32 = -16$

चूँकि विविक्तकर ऋणात्मक है,  $Q(x)$  को वास्तविक रैखिक गुणनखंडों में विभाजित नहीं किया जा सकता; यह  $P(x)$  के साथ कोई उभयनिष्ठ रैखिक गुणनखंड साझा नहीं करता।

यूक्लिडियन विभाजन एल्गोरिथ्म से जाँच करने पर, शेषफल कभी भी शून्य नहीं होता जिससे कोई उभयनिष्ठ बहुपद गुणनखंड मिले।

अतः  $P(x)$  और  $Q(x)$  का म.स.प. 1 है (अर्थात्  $P(x)$  और  $Q(x)$  सहअभाज्य बहुपद हैं)।



OR

यदि  $x + \frac{1}{x} = 2$ , तो  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  का मान ज्ञात कीजिए।

**उत्तर:**  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 2^2$

$$x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 4$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 4 - 2 = 2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$$

**प्रश्न 30.** रीना की माँ ने कहा, इडली बनाने के लिए, तुम्हें दो भाग चावल और एक भाग उड़द दाल लेनी होगी। ऐसे मिश्रण में चावल का प्रतिशत क्या होगा और उड़द दाल का प्रतिशत क्या होगा?

**उत्तर:** अनुपात 2:1 है, कुल भाग = 3

$$\text{चावल का प्रतिशत} = \frac{2}{3} \times 100 = 66.67\% \text{ (या ठीक-ठीक } 66\frac{2}{3}\%)$$

$$\text{उड़द दाल का प्रतिशत} = \frac{1}{3} \times 100 = 33.33\% \text{ (या ठीक-ठीक } 33\frac{1}{3}\%)$$

$$\text{चावल} = 66\frac{2}{3}\%; \text{ उड़द दाल} = 33\frac{1}{3}\%$$

OR

**₹15,000 अंकित मूल्य वाली एक मेज़ ₹14,400 में उपलब्ध है। बट्टा प्रतिशत ज्ञात कीजिए।**

**उत्तर:** अंकित मूल्य = ₹15,000; विक्रय मूल्य = ₹14,400

$$\text{बट्टा} = 15000 - 14400 = ₹600$$

$$\text{बट्टा प्रतिशत} = \frac{600}{15000} \times 100 = 4\%$$

$$\text{बट्टा प्रतिशत} = 4\%$$

**प्रश्न 31.** किसी वस्तु के विक्रय मूल्य को ₹50 कम करने पर, 5% का लाभ 5% की हानि में बदल जाता है। वस्तु का मूल विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

**उत्तर:** क्रय मूल्य =  $x$  मान लें।

$$1.05x - 50 = 0.95x$$

$$0.10x = 50$$

$$x = 500$$

$$\text{मूल विक्रय मूल्य} = 1.05 \times 500 = ₹525$$

$$\text{मूल विक्रय मूल्य} = ₹525$$

OR



एक दुकानदार जूते की एक जोड़ी, जिसकी लागत उसे ₹1200 है, पर 16% की छूट देने के बाद 12% लाभ कमाने के लिए क्या मूल्य अंकित करना चाहिए?

**उत्तर:** क्रय मूल्य (CP) = ₹1200; आवश्यक लाभ = 12%

आवश्यक विक्रय मूल्य (SP) = 1200 + 144 = ₹1344

$$0.84M = 1344 \Rightarrow M = \frac{1344}{0.84} = 1600$$

अंकित मूल्य = ₹1600

**प्रश्न 32.** एक कार की कीमत 01.01.2025 को ₹5,50,000 है। इसका मूल्य पहले वर्ष में 15% की दर से और उसके बाद के वर्षों में 10% की दर से घटता है। 31-12-2027 को कार का मूल्य ज्ञात कीजिए।

**उत्तर:** पहले वर्ष के बाद:  $550000 \times 0.85 = ₹4,67,500$

दूसरे वर्ष के बाद:  $467500 \times 0.90 = ₹4,20,750$

तीसरे वर्ष के बाद:  $420750 \times 0.90 = ₹3,78,675$

कार का मूल्य 31-12-2027 को = ₹3,78,675

**प्रश्न 33.** बिंदुओं  $(-1, 7)$  और  $(4, -3)$  को मिलाने वाले रेखाखंड को अनुपात 2:3 में आंतरिक रूप से विभाजित करने वाले बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

**उत्तर:** खंड सूत्र से:  $(x_1, y_1) = (-1, 7), (x_2, y_2) = (4, -3), m = 2, n = 3$

$$x = \frac{2(4) + 3(-1)}{5} = 1$$

$$y = \frac{2(-3) + 3(7)}{5} = 3$$

अभीष्ट बिंदु  $(1, 3)$  है

OR

त्रिभुज का केन्द्रक ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष  $A(7, 5), B(2, -6)$  और  $C(9, 10)$  हैं।

**उत्तर:**  $x = \frac{7+2+9}{3} = 6, y = \frac{5-6+10}{3} = 3$

केन्द्रक  $(6, 3)$  है

**प्रश्न 34.**  $\triangle ABC$  का अंतःवृत्त, भुजाओं  $BC, CA$  और  $AB$  को क्रमशः  $D, E, F$  पर स्पर्श करता है। सिद्ध कीजिए कि  $AF + BD + CE = \frac{1}{2}(\triangle ABC \text{ का परिमाप})$ ।

**उत्तर:** सिद्ध: किसी बाह्य बिंदु से वृत्त पर खींचे गए दोनों स्पर्शरेखा खंडों की लंबाई हमेशा बराबर होती है।

$$AF = AE \dots (i)$$

$$BD = BF \dots (ii)$$

$$CD = CE \dots (iii)$$

$$\text{मान लीजिए } AF = AE = x, BD = BF = y, CD = CE = z$$

$$\text{परिमाप} = AB + BC + CA = (x + y) + (y + z) + (z + x) = 2(x + y + z)$$

$$x + y + z = \frac{1}{2}(\text{परिमाप})$$



परन्तु  $AF + BD + CE = x + y + z$

अतः  $AF + BD + CE = \frac{1}{2}(\triangle ABC \text{ का परिमाप})$  सिद्ध हुआ

**प्रश्न 35.** किसी वृत्त की एक जीवा उसकी त्रिज्या के बराबर है। इस जीवा द्वारा दीर्घ वृत्तखंड के किसी बिंदु पर अंतरित कोण ज्ञात कीजिए।

**उत्तर:** जीवा = त्रिज्या  $\Rightarrow \triangle OAB$  समबाहु त्रिभुज है  $\Rightarrow \angle AOB = 60^\circ$

दीर्घ वृत्तखंड में अंतरित कोण  $= \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$

दीर्घ वृत्तखंड के किसी बिंदु पर अंतरित कोण  $30^\circ$  है

**प्रश्न 36.** निम्नलिखित आँकड़ों की माधिका ज्ञात कीजिए:

|       |    |    |    |    |    |
|-------|----|----|----|----|----|
| $x_i$ | 20 | 25 | 35 | 40 | 50 |
| $f_i$ | 5  | 11 | 24 | 16 | 5  |

**उत्तर:** संचयी बारंबारता: 5,16,40,56,61

$$N = 61; \frac{N}{2} = 30.5$$

चूँकि संचयी बारंबारता  $x = 35$  पर 40 तक पहुँचती है (जो 30.5 से पहली बार अधिक है),

माधिका = 35

**प्रश्न 37.** एक थैले में 5 लाल गेंदें और कुछ नीली गेंदें हैं। यदि थैले से नीली गेंद निकालने की प्रायिकता लाल गेंद निकालने की प्रायिकता की चार गुनी है, तो थैले में नीली गेंदों की संख्या ज्ञात कीजिए।

**उत्तर:** मान लीजिए नीली गेंदें =  $b$

$$\frac{b}{5+b} = 4 \times \frac{5}{5+b} \Rightarrow b = 20$$

नीली गेंदों की संख्या = 20

**प्रश्न 38.** निम्नलिखित रैखिक समीकरणों के निकाय को आलेखीय विधि से हल कीजिए:  $x + y = 7, x - y = -1$

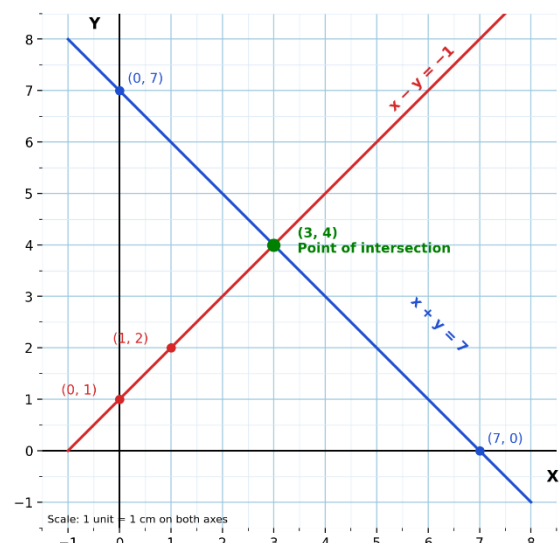
**उत्तर:**

समीकरण  $x + y = 7$  के लिए:

|     |   |   |   |
|-----|---|---|---|
| $x$ | 0 | 7 | 3 |
| $y$ | 7 | 0 | 4 |

समीकरण  $x - y = -1$  के लिए:

|     |   |   |   |
|-----|---|---|---|
| $x$ | 0 | 1 | 3 |
| $y$ | 1 | 2 | 4 |



ग्राफ पेपर पर दोनों समुच्चय बिंदुओं को अंकित करके और दोनों सरल रेखाओं को खींचने पर, हम देखते हैं कि दोनों रेखाएँ उभयनिष्ठ बिंदु (3, 4) से होकर गुजरती हैं, जो प्रतिच्छेदन बिंदु है।

**जाँच:**  $x = 3, y = 4$  रखने पर:  $x + y = 7$  ✓,  $x - y = -1$

**हल**  $x = 3, y = 4$  है (रेखाएँ बिंदु (3, 4) पर प्रतिच्छेद करती हैं)

**प्रश्न 39. 16 को दो भागों में इस प्रकार विभाजित कीजिए कि बड़े भाग के वर्ग का दोगुना, छोटे भाग के वर्ग से 164 अधिक हो।**

**उत्तर:** मान लीजिए बड़ा भाग =  $x$ , छोटा भाग =  $16 - x$

$$2x^2 - (16 - x)^2 = 164$$

$$x^2 + 32x - 420 = 0$$

$$\text{द्विघात सूत्र से: } x = \frac{-32 \pm \sqrt{1024 + 1680}}{2} = \frac{-32 \pm 52}{2}$$

धनात्मक चिन्ह लेने पर:  $x = 10$

**जाँच:**  $2(10)^2 - (6)^2 = 200 - 36 = 164$

दोनों भाग 10 और 6 हैं

OR

**रामू की आयु (वर्षों में) 2 वर्ष पहले और उसकी आयु (वर्षों में) 5 वर्ष बाद का गुणनफल 120 है। रामू की वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।**

**उत्तर:** मान लीजिए रामू की वर्तमान आयु =  $x$  वर्ष

$$(x - 2)(x + 5) = 120$$

$$x^2 + 3x - 130 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 520}}{2} = \frac{-3 \pm 23}{2}$$

धनात्मक चिन्ह लेने पर:  $x = 10$

**जाँच:**  $(10 - 2)(10 + 5) = 8 \times 15 = 120$

रामू की वर्तमान आयु = 10 वर्ष

**प्रश्न 40. सिद्ध कीजिए कि वृत्त के एक ही वृत्तखंड में कोण बराबर होते हैं।**

**उत्तर: दिया है:** केंद्र  $O$  वाला एक वृत्त, और  $AB$  वृत्त की एक जीवा है। मान लीजिए  $C$  और  $D$  वृत्त पर एक ही वृत्तखंड में स्थित दो बिंदु हैं (अर्थात् जीवा  $AB$  की एक ही ओर), जिससे  $\angle ACB$  और  $\angle ADB$  क्रमशः  $C$  और  $D$  पर जीवा  $AB$  द्वारा अंतरित कोण हैं।

**सिद्ध करना है:**  $\angle ACB = \angle ADB$

**रचना:**  $OA$  और  $OB$  मिलाकर केंद्रीय कोण  $\angle AOB$  बनाइए।

**प्रमाण:** इस प्रमेय का प्रयोग करते हैं: "वृत्त के केंद्र पर किसी चाप द्वारा अंतरित कोण, वृत्त के शेष भाग के किसी भी बिंदु पर उसी चाप द्वारा अंतरित कोण का दोगुना होता है।"



चूँकि चाप  $AB$  (जिसमें  $C$  और  $D$  शामिल नहीं हैं) केंद्र  $O$  पर  $\angle AOB$  अंतरित करता है, और यह वृत्त के शेष भाग पर बिंदु  $C$  पर  $\angle ACB$  अंतरित करता है:

$$\angle AOB = 2\angle ACB \dots (i)$$

इसी प्रकार, वही चाप  $AB$  बिंदु  $D$  पर  $\angle ADB$  अंतरित करता है, जो वृत्त के शेष भाग पर भी स्थित है:

$$\angle AOB = 2\angle ADB \dots (ii)$$

समीकरण (i) और (ii) से, चूँकि दोनों व्यंजक  $\angle AOB$  के बराबर हैं:  $2\angle ACB = 2\angle ADB$

दोनों पक्षों को 2 से विभाजित करने पर:  $\angle ACB = \angle ADB$

चूँकि  $C$  और  $D$  एक ही वृत्तखंड में चुने गए कोई भी दो बिंदु थे, इससे यह सिद्ध होता है कि एक ही वृत्तखंड में स्थित बिंदुओं पर एक ही जीवा (चाप) द्वारा अंतरित सभी कोण बराबर होते हैं।

**अतः सिद्ध हुआ: वृत्त के एक ही वृत्तखंड में कोण बराबर होते हैं।**

**प्रश्न 41. एक दीवार घड़ी की मिनट की सुई 14 cm लंबी है। मिनट की सुई द्वारा 9 बजे से 9:20 बजे के बीच बहने वाला क्षेत्रफल और मिनट की सुई की नोक द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए।**

**उत्तर:** मिनट की सुई की लंबाई  $= r = 14$  cm

समय अंतराल  $= 20$  मिनट

$$20 \text{ मिनट में तय किया गया कोण} = \frac{20}{60} \times 360^\circ = 120^\circ$$

$$\text{बहा हुआ क्षेत्रफल} = \frac{120}{360} \times \frac{22}{7} \times 196 = \frac{616}{3} \approx 205.33 \text{ cm}^2$$

$$\text{नोक द्वारा तय की गई दूरी (चाप की लंबाई)} = \frac{120}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 14 = \frac{88}{3} \approx 29.33 \text{ cm}$$

$$\text{बहा हुआ क्षेत्रफल} \approx 205.33 \text{ cm}^2; \text{ नोक द्वारा तय की गई दूरी} \approx 29.33 \text{ cm}$$

**OR**

**एक घन और एक घनाभ के आयतन समान हैं। घनाभ की विमाएँ 1: 2: 4 के अनुपात में हैं। यदि ₹5 प्रति  $\text{m}^2$  की दर से घनाभ और घन को पॉलिश करने की लागत के बीच का अंतर ₹80 है, तो उनके आयतन ज्ञात कीजिए।**

**उत्तर:** घनाभ की विमाएँ  $x, 2x, 4x$

$$\text{घनाभ का आयतन} = 8x^3$$

$$\text{घन की भुजा } a: a^3 = 8x^3 \Rightarrow a = 2x$$

$$\text{घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 28x^2$$

$$\text{घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 24x^2$$

$$\text{लागत में अंतर} = 20x^2 \times 5 = 80 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$$

$$\text{आयतन} = 8x^3 = 8(2)^3 = 64 \text{ m}^3$$

$$\text{घनाभ और घन दोनों का आयतन} = 64 \text{ m}^3$$

**प्रश्न 42. यदि निम्नलिखित आँकड़ों का माध्य 6 है, तो  $P$  का मान ज्ञात कीजिए:**

|       |   |   |   |    |       |
|-------|---|---|---|----|-------|
| $x_i$ | 2 | 4 | 6 | 10 | $P+5$ |
|-------|---|---|---|----|-------|



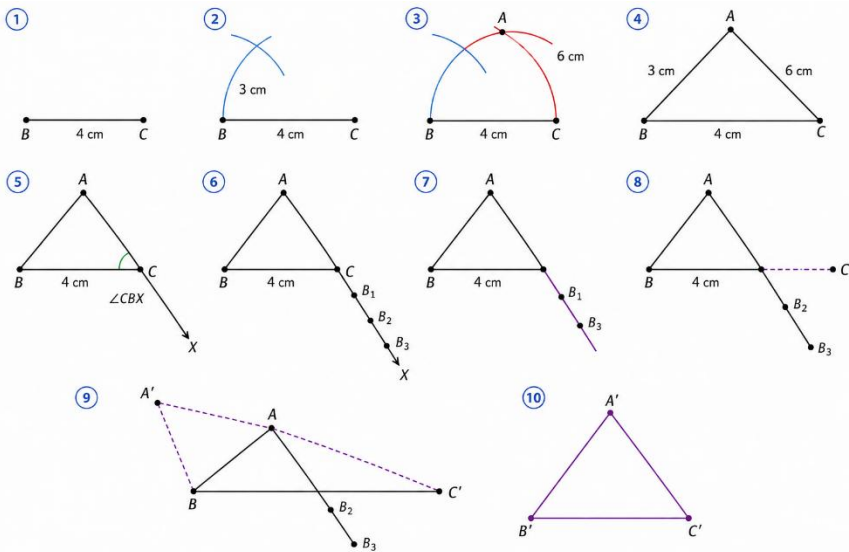
|       |   |   |   |   |   |
|-------|---|---|---|---|---|
| $f_i$ | 3 | 2 | 3 | 1 | 2 |
|-------|---|---|---|---|---|

उत्तर:  $N = 11$

$$\sum f_i x_i = 52 + 2P$$

$$6 = \frac{52+2P}{11} \Rightarrow 66 = 52 + 2P \Rightarrow P = 7$$

प्रश्न 43. एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसमें  $AB = 3 \text{ cm}$ ,  $BC = 4 \text{ cm}$  और  $AC = 6 \text{ cm}$  है। अब इसके समरूप एक त्रिभुज की रचना कीजिए जिसकी भुजाएँ  $\triangle ABC$  की संगत भुजाओं की  $\frac{2}{3}$  हों।



उत्तर: रचना के चरण:

1. एक रेखाखंड  $BC = 4 \text{ cm}$  खींचिए।
2.  $B$  को केंद्र मानकर  $3 \text{ cm}$  त्रिज्या का एक चाप खींचिए।
3.  $C$  को केंद्र मानकर  $6 \text{ cm}$  त्रिज्या का एक और चाप खींचिए, जो पिछले चाप को एक बिंदु पर काटे; इस बिंदु को  $A$  नाम दीजिए।
4.  $AB$  और  $AC$  मिलाइए। अब  $\triangle ABC$  अभीष्ट त्रिभुज है।
5.  $BC$  के नीचे (शीर्ष  $A$  के विपरीत ओर), किरण  $BX$  खींचकर एक न्यून कोण  $\angle CBX$  बनाइए।
6. किरण  $BX$  पर, परकार का प्रयोग करते हुए, 3 बराबर बिंदु  $B_1, B_2, B_3$  इस प्रकार अंकित कीजिए कि  $BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3$  हो (चूँकि दिया गया भिन्न  $\frac{2}{3}$  है, हम हमेशा अंश और हर में से बड़े मान, यानी 3, को बराबर भागों की संख्या मानते हैं)।
7. अंतिम बिंदु  $B_3$  को  $C$  से मिलाइए, जिससे रेखाखंड  $B_3C$  बने।
8. बिंदु  $B_2$  (जो अंश मान 2 के संगत है) से  $B_3C$  के समांतर एक रेखा खींचिए, जो  $BC$  (या बढ़ाई गई  $BC$ ) को एक बिंदु पर मिले; इस बिंदु को  $C'$  नाम दीजिए।



9. बिंदु  $C'$  से  $CA$  के समांतर एक रेखा खींचिए, जो  $BA$  (या बढ़ाई गई  $BA$ ) को एक बिंदु पर मिले; इस बिंदु को  $A'$  नाम दीजिए।
10. तब  $\triangle A'BC'$  अभीष्ट त्रिभुज है, जो  $\triangle ABC$  के समरूप है और जिसकी प्रत्येक भुजा  $\triangle ABC$  की संगत भुजा की  $\frac{2}{3}$  है।

**औचित्य:**  $\triangle BB_3C$  में, चूँकि  $B_2C' \parallel B_3C$ , आधारभूत अनुपातिकता प्रमेय (थेल्स प्रमेय) से,  $\frac{BC'}{BC} = \frac{BB_2}{BB_3} = \frac{2}{3}$ ,

जिससे  $BC' = \frac{2}{3}BC$  मिलता है।

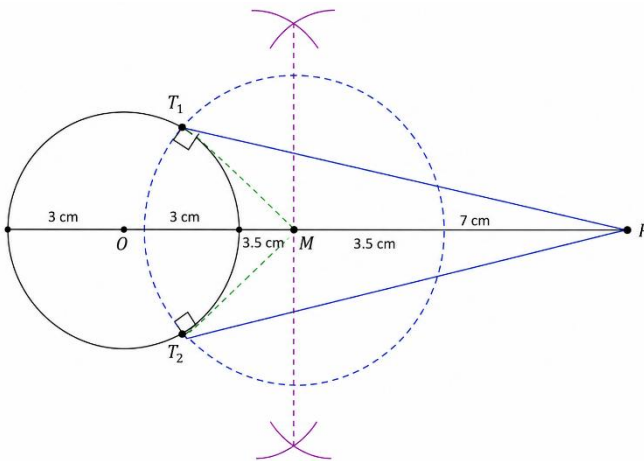
इसके अलावा, चूँकि  $C'A' \parallel CA$ , त्रिभुज  $BA'C'$  और  $BAC$  AA समरूपता कसौटी द्वारा समरूप हैं। अतः  $\frac{BA'}{BA} = \frac{BC'}{BC} =$

$$\frac{A'C'}{AC} = \frac{2}{3}$$

यह पुष्टि करता है कि  $\triangle A'BC'$  की सभी भुजाएँ  $\triangle ABC$  की संगत भुजाओं की ठीक  $\frac{2}{3}$  हैं।

OR

6 cm व्यास का एक वृत्त खींचिए। वृत्त के केंद्र से 7 cm की दूरी पर वृत्त के बाहर स्थित एक बिंदु  $P$  से वृत्त पर दो स्पर्शरेखाएँ खींचिए।



**उत्तर: रचना के चरण:**

- केंद्र  $O$  और व्यास 6 cm वाला एक वृत्त खींचिए; इसका अर्थ है वृत्त की त्रिज्या  $OA = 3$  cm है।
- वृत्त के बाहर एक बिंदु  $P$  इस प्रकार अंकित कीजिए कि दूरी  $OP = 7$  cm हो।
- केंद्र  $O$  को बाह्य बिंदु  $P$  से रेखाखंड  $OP$  द्वारा मिलाइए।
- रेखाखंड  $OP$  का लंब समद्विभाजक रचिए। इसके लिए,  $O$  को केंद्र मानकर  $OP$  के आधे से अधिक त्रिज्या से  $OP$  के ऊपर और नीचे चाप खींचिए; फिर  $P$  को केंद्र मानकर उसी त्रिज्या से दो और चाप खींचिए जो पिछले चापों को काटें। दोनों प्रतिच्छेदन बिंदुओं को मिलाकर लंब समद्विभाजक प्राप्त कीजिए, जो  $OP$  को उसके मध्य बिंदु  $M$  पर मिलता है।
- चूँकि  $M$ ,  $OP$  का मध्य बिंदु है:  $OM = MP = \frac{7}{2} = 3.5$  cm।



6.  $M$  को केंद्र मानकर और  $MO$  (या  $MP$ , जो 3.5 cm है) के बराबर त्रिज्या से एक वृत्त खींचिए। यह नया वृत्त मूल वृत्त (केंद्र  $O$ , त्रिज्या 3 cm) को दो भिन्न बिंदुओं पर काटेगा; इन प्रतिच्छेदन बिंदुओं को  $T_1$  और  $T_2$  नाम दीजिए।

7.  $PT_1$  और  $PT_2$  मिलाइए।

8.  $PT_1$  और  $PT_2$  बाह्य बिंदु  $P$  से दिए गए वृत्त पर खींची गई अभीष्ट स्पर्शरेखाओं का जोड़ा है।

**औचित्य:** चूँकि  $T_1$  और  $T_2$ ,  $OP$  को व्यास मानकर खींचे गए वृत्त पर स्थित हैं, "अर्धवृत्त में कोण समकोण होता है" प्रमेय से,  $\angle OT_1P = 90^\circ$  और  $\angle OT_2P = 90^\circ$  है।

चूँकि  $OT_1$  (और इसी प्रकार  $OT_2$ ) मूल वृत्त की एक त्रिज्या है, और  $PT_1 \perp OT_1$  (चूँकि  $\angle OT_1P = 90^\circ$ ), "त्रिज्या के बाहरी सिरे पर लंब रेखा वृत्त की स्पर्शरेखा होती है" प्रमेय से,  $PT_1$  बिंदु  $T_1$  पर वृत्त की स्पर्शरेखा होनी चाहिए। इसी प्रकार,  $PT_2$  बिंदु  $T_2$  पर वृत्त की स्पर्शरेखा है।

**प्रत्येक स्पर्शरेखा की लंबाई** (पाइथागोरस प्रमेय से):  $PT_1 = \sqrt{OP^2 - OT_1^2} = \sqrt{(7)^2 - (3)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \approx 6.32 \text{ cm}$

**प्रश्न 44.** एक प्रकाश स्तंभ के शीर्ष से, जो समुद्र तल से 100 m ऊँचा है, एक जहाज़ जो सीधे प्रकाश स्तंभ की ओर आ रहा है, का अवनमन कोण  $30^\circ$  से बदलकर  $45^\circ$  हो जाता है। अवलोकन की अवधि के दौरान जहाज़ द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए। ( $\sqrt{3} = 1.732$  लीजिए)

**उत्तर:** मान लीजिए  $AB$  प्रकाश स्तंभ है, जहाँ  $B$  समुद्र तल पर है और  $A$  शीर्ष पर है, जिससे  $AB = 100 \text{ m}$  है।

मान लीजिए जहाज़ प्रारंभ में बिंदु  $C$  पर देखा जाता है, जहाँ प्रकाश स्तंभ के शीर्ष से अवनमन कोण  $30^\circ$  है। जैसे-जैसे जहाज़ प्रकाश स्तंभ की ओर सीधे बढ़ता है, मान लीजिए इसकी नई स्थिति बिंदु  $D$  है, जहाँ अवनमन कोण  $45^\circ$  हो जाता है।  $C$  और  $D$  दोनों समुद्र तल की क्षैतिज रेखा पर स्थित हैं, जिसमें  $D$ ,  $C$  की तुलना में प्रकाश स्तंभ के आधार के अधिक निकट है।

चूँकि किसी ऊँचे बिंदु से किसी वस्तु तक का अवनमन कोण हमेशा उस वस्तु से देखे गए ऊँचे बिंदु के उन्नयन कोण के बराबर होता है (यह एकांतर कोणों से आता है, क्योंकि दृष्टि रेखा और  $A$  पर क्षैतिज रेखा, समुद्र-तल रेखा  $BC$  के समांतर हैं):  $\angle ACB = 30^\circ$  और  $\angle ADB = 45^\circ$

**समकोण त्रिभुज  $ABD$  में** ( $B$  पर समकोण):  $\tan 45^\circ = \frac{AB}{BD}$

$$BD = 100 \text{ m}$$

**समकोण त्रिभुज  $ABC$  में** ( $B$  पर समकोण):  $\tan 30^\circ = \frac{AB}{BC}$

$$BC = 100\sqrt{3} \text{ m}$$

$$\text{जहाज़ द्वारा तय की गई दूरी} = CD = BC - BD = 100\sqrt{3} - 100 = 100(\sqrt{3} - 1)$$

$\sqrt{3} = 1.732$  रखने पर:

$$CD = 100(1.732 - 1) = 100 \times 0.732 = 73.2 \text{ m}$$

**उत्तर:** जहाज़ द्वारा तय की गई दूरी = 73.2 m

OR



किसी टॉवर के तल से किसी इमारत के शीर्ष का उन्नयन कोण  $30^\circ$  है और इमारत के तल से टॉवर के शीर्ष का उन्नयन कोण  $60^\circ$  है। यदि टॉवर 50 m ऊँचा है, तो इमारत की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। ( $\sqrt{3} = 1.732$  लीजिए)

**उत्तर:** मान लीजिए  $PQ$  टॉवर है, जिसमें  $Q$  तल पर और  $P$  शीर्ष पर है, जिससे  $PQ = 50$  m है। मान लीजिए  $RS$  इमारत है, जिसमें  $S$  तल पर और  $R$  शीर्ष पर है। चूँकि टॉवर और इमारत एक ही क्षैतिज ज़मीन पर खड़े हैं, मान लीजिए टॉवर के तल ( $Q$ ) और इमारत के तल ( $S$ ) के बीच क्षैतिज दूरी  $QS = x$  मीटर है।

**दी गई जानकारी:** इमारत के तल ( $S$ ) से देखे गए टॉवर के शीर्ष ( $P$ ) का उन्नयन कोण  $60^\circ$  है:  $\angle PSQ = 60^\circ$

टॉवर के तल ( $Q$ ) से देखे गए इमारत के शीर्ष ( $R$ ) का उन्नयन कोण  $30^\circ$  है:  $\angle RQS = 30^\circ$

**समकोण त्रिभुज  $PQS$  में** ( $Q$  पर समकोण):  $\tan 60^\circ = \frac{PQ}{QS}$

$$\sqrt{3} = \frac{50}{x}$$

$$x = \frac{50}{\sqrt{3}}$$

**समकोण त्रिभुज  $RSQ$  में** ( $S$  पर समकोण):  $\tan 30^\circ = \frac{RS}{QS}$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{RS}{x}$$

$$RS = \frac{x}{\sqrt{3}} = \frac{50}{3}$$

$$RS = \frac{50}{3} = 16.67 \text{ m (लगभग)}$$

$$\text{इमारत की ऊँचाई} = \frac{50}{3} \text{ m} \approx 16.67 \text{ m}$$





# Thank you!



We hope you found this material helpful. We wish you the very best for your examination.



Strive for Excellence – Your Path to Success