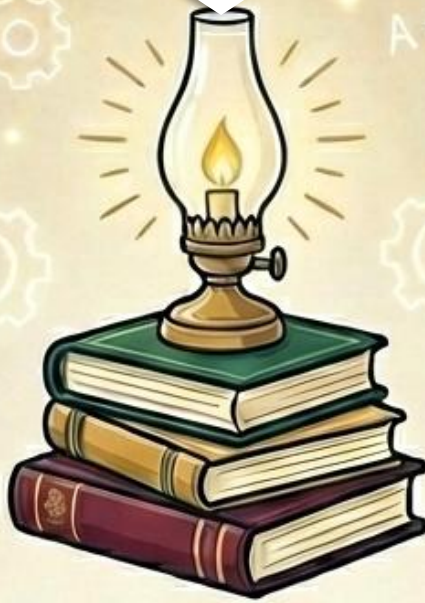




NIOS PYQ's SOLUTIONS

PREVIOUS YEARS' QUESTIONS & ANSWERS



APRIL-2025

Your Path to Success

खंड – अ

A. ☐
B. ☒
C. ☐ 

Q1 - $3x^2 - x - 4$ के गुणनखंड हैं :

(A) $(3x - 4)(x - 1)$

(B) $(3x - 4)(x + 1)$

(C) $(3x + 4)(x - 1)$

(D) $(3x + 4)(x + 1)$

उत्तर - (B) $(3x - 4)(x + 1)$

Q2 - यदि $2p + 1$, 13 तथा $5p - 3$ एक समांतर श्रेढ़ी बनाते हैं, तो p का मान है:

(A) -4

(B) 3

(C) 4

(D) -5

उत्तर - (C) 4

Q3 - एक व्यक्ति ने एक अलमारी ₹ 3250 में खरीदी और ₹ 750 उसकी मरम्मत पर खर्च किए। यदि उसने उस अलमारी को ₹ 5,000 में बेचा, तो लाभ प्रतिशत है:

(A) 16%

(B) 20%

(C) 25%

(D) 30%

उत्तर - (C) 25%

Q4 - एक बिन्दु जिसके दोनों निर्देशांक x तथा y ऋणात्मक हैं, वह स्थित है:

(A) प्रथम चतुर्थांश में

(B) द्वितीय चतुर्थांश में

(C) तृतीय चतुर्थांश में

(D) चौथे चतुर्थांश में

उत्तर - (C) तृतीय चतुर्थांश में

Q5 - यदि किसी बिन्दु का निर्देशांक शून्य है, तो वह बिन्दु स्थित है:

(A) प्रथम चतुर्थांश में

(B) द्वितीय चतुर्थांश में

(C) x -अक्ष पर

(D) y -अक्ष पर

उत्तर - (C) x -अक्ष पर



Q6 - यदि किसी वृत्त की एक चाप वृत्त के केन्द्र पर x° का कोण बनाती है तथा वृत्त के शेष भाग के किसी बिन्दु पर का कोण बनाती है, तो x तथा y का संबंध है:

(A) $x = 2y$

(B) $y = 2x$

(C) $x = y$

(D) $x + y = 0$

उत्तर - (A) $x = 2y$

Q7 - एक वृत्त, जिसका केन्द्र बिन्दु है, के बाह्य बिन्दु से TP तथा TQ वृत्त की दो स्पर्श रेखाएं हैं। यदि $\angle POO = 110^\circ$, तो $\angle PTQ$ का माप है:

(A) 60°

(B) 70°

(C) 80°

(D) 90°

उत्तर - (B) 70°

Q8 - यदि एक वृत्त, जिसका केन्द्र बिन्दु है, की एक जीवा PQ है तथा बिन्दु P पर खींची गई स्पर्श रेखा PR, जीवा PQ के साथ 50° का कोण बनाती है, तो $\angle POQ$ का माप है:

(A) 100°

(B) 90°

(C) 80°

(D) 75°

उत्तर - (A) 100°

Q9 - एक लंब वृत्तीय शंकु, जिसकी तिर्यक ऊँचाई 10 सेमी तथा आधार त्रिज्या 7 सेमी है, का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल (वर्ग सेमी में) है:

(A) 120

(B) 140

(C) 220

(D) 240

उत्तर - (C) 220

Q10 - एक ठोस अर्धगोला, जिसकी त्रिज्या 10 सेमी है, का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल (वर्ग सेमी में), जबकि $\pi = 3.14$, है:

(A) 840

(B) 842

(C) 940

(D) 942

उत्तर - (D) 942



Q11 - एक बेलन, जिसकी ऊँचाई 14 सेमी है, का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 88 वर्ग सेमी है। उस बेलन का व्यास (सेमी में) है:

- (A) 0.5 (B) 1
(C) 1.5 (D) 2

उत्तर - (D) 2

Q12 - $\frac{1-\tan^2 45^\circ}{1+\tan^2 45^\circ}$ का मान है :

- (A) 1 (B) $\frac{1}{2}$
(C) 0 (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

उत्तर - (C) 0

Q13 - $\left(\frac{\sin^2 22^\circ + \sin^2 68^\circ}{\cos^2 22^\circ + \cos^2 68^\circ} + \sin^2 63^\circ + \cos 63^\circ \sin 27^\circ\right)$ का मान है :

- (A) 3 (B) 2
(C) 1 (D) 0

उत्तर - (B) 2

Q14 - यदि $\tan(A - B) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ तथा $\tan(A + B) = \sqrt{3}$, तो A तथा B के क्रमशः मान हैं:

- (A) $45^\circ, 15^\circ$ (B) $30^\circ, 15^\circ$
(C) $45^\circ, 30^\circ$ (D) $15^\circ, 60^\circ$

उत्तर - (A) $45^\circ, 15^\circ$

Q15 - 7 के प्रथम पाँच गुणजों का माध्य है:

- (A) 20 (B) 21
(C) 22 (D) 25

उत्तर - (B) 21



Q16 - 10, 12, 14, 16, 18, 20 का माध्यिक है:

- (A) 12 (B) 14
(C) 15 (D) 16

उत्तर - (C) 15

Q17 - एक पासा एक बार फेंका जाता है। 2 तथा 6 के बीच की संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता है:

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{2}$
(C) 1 (D) 0

उत्तर - (B) $\frac{1}{2}$

Q18 - रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

(i) यदि एक समांतर श्रेणी का प्रथम पद और सार्व अन्तर क्रमशः 6 एवं 5 हैं, तो उस समांतर श्रेणी का 11वाँ पद _____ है।

(ii) समांतर श्रेणी 7, 14, 21, 28, _____ के प्रथम दस पदों का योग _____ है।

उत्तर - (i) 56

(ii) 385

Q19 - स्तंभ-I के कथन का स्तंभ-II के सही विकल्प के साथ मिलान कीजिए :

स्तंभ-I

स्तंभ-II

- (i) रैखिक समीकरण $5(2x - 4) + 3x + 4y - 7 = 0$ में y का गुणांक है : (A) 0
(ii) यदि $y = 3$ को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त किया जाए, तो का मान है : (B) -3
(C) 4

उत्तर - (i) रैखिक समीकरण $5(2x - 4) + 3x + 4y - 7 = 0$ में y का गुणांक है : → (C) 4

(ii) यदि $y = 3$ को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त किया जाए, तो का मान है : → (A) 0



Q20 - स्तंभ-I के कथन का स्तंभ-II के सही विकल्प के साथ मिलान कीजिए :

स्तंभ-I

स्तंभ-II

(i) यदि द्विघात समीकरण $(\alpha - 3)x^2 + 4(\alpha - 3)x + 4 = 0$ के मूल समान एवं वास्तविक हैं, तो का मान है/हैं: (A) 3 एवं 4

(ii) यदि $x = \frac{1}{2}$, समीकरण $x^2 + kx - \frac{5}{4} = 0$ का एक मूल है, तो का मान है: (B) 4 एवं 5
(C) 2
(D) 6

उत्तर - (i) यदि द्विघात समीकरण $(\alpha - 3)x^2 + 4(\alpha - 3)x + 4 = 0$ के मूल समान एवं वास्तविक हैं, तो का मान है/हैं:
→ (A) 3 and 4

(ii) If $x = \frac{1}{2}$ is a root of the equation $x^2 + kx - \frac{5}{4} = 0$ then the value of k is: → (C) 2

Q21 - रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

(i) समांतर श्रेणी 3, 8, 13, ... 253 का अंत से 20वाँ पद _____ है।

(ii) यदि एक समांतर श्रेणी का प्रथम पद 5 है, अंतिम पद 45 है और श्रेणी के सभी पदों का योग 400 है, तो समांतर श्रेणी के पदों की संख्या _____ है।

उत्तर - (i) 158

(ii) 16

Q22 - सही कथन के लिए 'सत्य' और गलत कथन के लिए 'असत्य' लिखिए :

(i) रैखिक समीकरण $2x - 3y = 6$ का आलेख - अक्ष को बिन्दु (0, 2) पर प्रतिच्छेद करता है।

(ii) $x = 2$ का आलेख, x-अक्ष के समांतर एक रेखा है।

उत्तर - (i) असत्य

(ii) असत्य

Q23 - रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

(i) यदि बिन्दुओं (0, 0) तथा B (x, 3) के बीच की दूरी 5 इकाई है, तो x का मान _____ है।

(ii) यदि बिन्दुओं (x, 4) तथा (5, 12) को जोड़ने वाले रेखा खंड का मध्य बिन्दु (4, 8) है, तो x का मान _____ है।



उत्तर – (i) ± 4

(ii) 3

Q24 - सही कथन के लिए 'सत्य' और गलत कथन के लिए 'असत्य' लिखिए :

(i) यदि किसी वृत्त की एक जीवा उसकी त्रिज्या के समान है, तो इस जीवा द्वारा लघु चाप पर निर्मित कोण 30° है।

(ii) यदि एक वृत्त जिसका केन्द्र बिन्दु है, के बाह्य बिन्दु P से दो स्पर्श रेखाएं PA तथा PB परस्पर 80° का कोण बनाती है, तो $\angle POA$ का माप 60° है।

उत्तर – (i) असत्य

(ii) असत्य

Q25 – रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

(i) एक वृत्त की स्पर्श रेखा PT तथा छेदक रेखा PAB है। यदि $PT = x$ सेमी, $PA = 4$ सेमी तथा $AB = 5$ सेमी, तो x का मान _____ है।

(ii) एक वृत्त का एक व्यास AB है तथा वृत्त के बिन्दु P पर वृत्त की एक स्पर्श रेखा XPY है। यदि $\angle PBA = 30^\circ$ तो $\angle BPY$ की माप _____ है।

उत्तर – (i) 6

(ii) 60°

Q26 – रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

(i) एक $\triangle ABC$, जिसमें $\angle C = 90^\circ$, यदि $AC = 4$ सेमी तथा $AB = 8$ सेमी, $\angle A =$ _____.

(ii) एक $\triangle ABC$, जिसमें $\angle B = 90^\circ$ यदि $BC = 5$ सेमी, $\angle BAC = 30^\circ$, तो $AB =$ _____

उत्तर – (i) 60°

(ii) $5\sqrt{3}$ cm

Q27 – सही कथन के लिए 'सत्य' और गलत कथन के लिए 'असत्य' लिखिए :

(i) दो पासों को एक साथ फेंका जाता है। दोनों पासों पर एक ही संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता $\frac{1}{9}$ है।

(ii) दो सिक्कों को एक साथ उछाले जाता है। कम से कम एक पट प्राप्त करने की प्रायिकता $\frac{1}{2}$ है।

उत्तर – (i) असत्य

(ii) असत्य



Q28 - एक वाशिंग मशीन का मूल्य ₹ 19,400 है, परन्तु दिवाली त्यौहार सेल के कारण यह मशीन ₹ 4,200 तुरन्त भुगतान तथा तीन समान मासिक किस्तों में उपलब्ध है। इस किस्त योजना के अन्तर्गत दुकानदार 16% वार्षिक दर से ब्याज लेता है। उपर्युक्त सूचना के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

मान लीजिए प्रत्येक समान किस्त की राशि ₹ x है, तो

(i) इस योजना के अन्तर्गत भुगतान किए गए ब्याज की कुल राशि है :

(A) ₹ $(3x - 15,200)$ (B) ₹ $(2x - 15,200)$

(C) ₹ $(x - 15,200)$ (D) ₹ $(15,200 - x)$

उत्तर - (A) ₹ $(3x - 15,200)$

(ii) प्रथम महीने में ग्राहक द्वारा विक्रेता को देय धन राशि है :

(A) ₹4,200 (B) ₹19,400

(C) ₹15,200 (D) ₹11,000

उत्तर - (C) ₹15,200

(iii) तीसरे महीने में ग्राहक द्वारा विक्रेता को देय धन राशि है :

(A) ₹15,200 (B) ₹ $(15,200 - x)$

(C) ₹ $(15,200 - 3x)$ (D) ₹ $(15,200 - 2x)$

उत्तर - (D) ₹ $(15,200 - 2x)$

(iv) किस्त योजना के अन्तर्गत ग्राहक द्वारा भुगतान की गई कुल राशि है :

(A) ₹19,400 (B) ₹15,200

(C) ₹ $(4,200 + 3x)$ (D) ₹ $(19,400 - x)$

उत्तर - (C) ₹ $(4,200 + 3x)$

(v) प्रत्येक किस्त की राशि है :

(A) ₹4,200 (B) ₹4,600

(C) ₹4,800 (D) ₹5,200

उत्तर - (D) ₹5,200



खंड – ब



Q29 - $P(x) = (x - 2)(x^2 - 3x + 2)$ तथा $Q(x) = x^2 - 4$ का ल.स. ज्ञात कीजिए।

उत्तर - सबसे पहले, हम दोनों बहुपदों का पूरी तरह से गुणनखंड करके उनके रैखिक गुणनखंड ज्ञात करते हैं।

पहले बहुपद $P(x)$ के लिए:

$$P(x) = (x - 2)(x^2 - 3x + 2)$$

मध्य पद को तोड़कर हम द्विघात भाग $x^2 - 3x + 2$ का गुणनखंड करते हैं:

$$x^2 - 2x - x + 2 = x(x - 2) - 1(x - 2) = (x - 2)(x - 1)$$

इसे वापस $P(x)$ में रखने पर हमें प्राप्त होता है:

$$P(x) = (x - 2)(x - 2)(x - 1) = (x - 2)^2(x - 1)$$

दूसरे बहुपद $Q(x)$ के लिए:

$$Q(x) = x^2 - 4$$

सर्वसमिका $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ का उपयोग करने पर, हमें प्राप्त होता है:

$$Q(x) = (x)^2 - (2)^2 = (x - 2)(x + 2)$$

लघुत्तम समापवर्त्य (LCM) सभी अलग-अलग गुणनखंडों का उनकी उच्चतम घातों के साथ गुणनफल होता है।

$$\text{LCM} = (x - 1)(x - 2)^2(x + 2)$$

उत्तर: दिए गए बहुपदों का ल.स. (LCM) $(x - 1)(x - 2)^2(x + 2)$ है।

अथवा

यदि $x - \frac{1}{x} = 2$ है, तो $x^2 + \frac{1}{x^2}$ का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर - दिया गया समीकरण:

$$x - \frac{1}{x} = 2$$

$x^2 + \frac{1}{x^2}$ का मान ज्ञात करने के लिए, हम दिए गए समीकरण के दोनों पक्षों का वर्ग करते हैं:

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (2)^2$$



बीजगणितीय सर्वसमिका $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ का उपयोग करके, हम बाएँ पक्ष का विस्तार करते हैं:

$$x^2 - 2(x)\left(\frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 4$$

$$x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = 4$$

अब, -2 को बाएँ पक्ष से दाएँ पक्ष में पक्षांतरित करने पर:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 4 + 2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 6$$

उत्तर: $x^2 + \frac{1}{x^2}$ का मान 6 है।

Q30 - एक व्यक्ति ने ₹ 5,00,000 का प्रारंभिक निवेश कर एक व्यापार शुरू किया। प्रथम वर्ष में उसने 4% हानि उठाई, जबकि दूसरे वर्ष में उसने 5% लाभ कमाया जो कि तीसरे वर्ष में बढ़कर 10% हो गया। तीन वर्ष की पूरी अवधि के लिए उसका कुल लाभ ज्ञात कीजिए।

उत्तर - दिया गया है:

- प्रारंभिक निवेश (मूलधन, V_0) = ₹ 5,00,000
- प्रथम वर्ष की हानि दर (r_1) = 4%
- दूसरे वर्ष की लाभ दर (r_2) = 5%
- तीसरे वर्ष की लाभ दर (r_3) = 10%

हम मिश्रधन के सूत्र का उपयोग करके 3 वर्ष के अंत में अंतिम मूल्य (V_3) की गणना कर सकते हैं:

$$V_3 = V_0 \times \left(1 - \frac{r_1}{100}\right) \times \left(1 + \frac{r_2}{100}\right) \times \left(1 + \frac{r_3}{100}\right)$$

सूत्र में दिए गए मान रखने पर:

$$V_3 = 5,00,000 \times \left(1 - \frac{4}{100}\right) \times \left(1 + \frac{5}{100}\right) \times \left(1 + \frac{10}{100}\right)$$

$$V_3 = 5,00,000 \times \left(\frac{96}{100}\right) \times \left(\frac{105}{100}\right) \times \left(\frac{110}{100}\right)$$

$$V_3 = 5 \times 96 \times 105 \times 1.10$$

$$V_3 = 480 \times 115.5 = 5,54,400$$

3 वर्ष के बाद कुल संचित राशि ₹ 5,54,400 है।



अब, हम पूरी अवधि में अर्जित शुद्ध लाभ ज्ञात करते हैं:

$$\text{शुद्ध लाभ} = \text{अंतिम मूल्य } (V_3) - \text{प्रारंभिक निवेश } (V_0)$$

$$\text{शुद्ध लाभ} = 5,54,400 - 5,00,000 = 54,400$$

उत्तर: 3 वर्ष की पूरी अवधि के लिए उसका कुल (शुद्ध) लाभ ₹ 54,400 है।

Q31 - एक ऐसे त्रिभुज का केन्द्रक ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष $A(5, -2)$, $B(9, 6)$ तथा $C(4, 5)$ हैं।

उत्तर - त्रिभुज के दिए गए शीर्ष:

- $A(x_1, y_1) = (5, -2)$
- $B(x_2, y_2) = (9, 6)$
- $C(x_3, y_3) = (4, 5)$

किसी त्रिभुज के केन्द्रक $G(x, y)$ के निर्देशांक ज्ञात करने का मानक सूत्र है:

$$G(x, y) = \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$$

अब, संबंधित निर्देशांक मान रखने पर:

$$x = \frac{5 + 9 + 4}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

$$y = \frac{-2 + 6 + 5}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

उत्तर: त्रिभुज के केन्द्रक के निर्देशांक $(6, 3)$ हैं।

अथवा

उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं $A(-1, 3)$ तथा $B(2, -3)$ को मिलाने वाले रेखा खंड को 1:4 के

अन्तः अनुपात में विभाजित करता है।

उत्तर - दिया गया है:

- पहला सिरा $A(x_1, y_1) = (-1, 3)$
- दूसरा सिरा $B(x_2, y_2) = (2, -3)$
- अन्तः विभाजन अनुपात $m:n = 1:4$

मान लीजिए बिंदु के अभीष्ट निर्देशांक $P(x, y)$ हैं। विभाजन सूत्र (Section Formula) का उपयोग करने पर:

$$x = \frac{mx_2 + nx_1}{m+n} \quad \text{और} \quad y = \frac{my_2 + ny_1}{m+n}$$



x -निर्देशांक की गणना के लिए मान रखने पर:

$$x = \frac{1(2) + 4(-1)}{1 + 4} = \frac{2 - 4}{5} = \frac{-2}{5}$$

y -निर्देशांक की गणना के लिए मान रखने पर:

$$y = \frac{1(-3) + 4(3)}{1 + 4} = \frac{-3 + 12}{5} = \frac{9}{5}$$

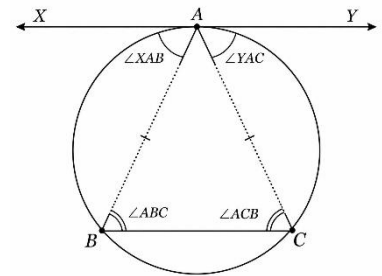
उत्तर: बिंदु के अभीष्ट निर्देशांक $\left(\frac{-2}{5}, \frac{9}{5}\right)$ हैं।

Q32 - ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें $AB = AC$ तथा XAY त्रिभुज ABC के परिवृत्त के बिंदु A पर स्पर्श रेखा है। दर्शाइए कि XY त्रिभुज के आधार BC के समांतर है।

उत्तर - उपपत्ति :

दिया गया है कि $\triangle ABC$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें $AB = AC$ है। इसलिए, समान भुजाओं के सम्मुख कोण भी समान होने चाहिए:

$$\angle ACB = \angle ABC \quad \text{--- (समीकरण 1)}$$



चूँकि XAY एक स्पर्श रेखा है जो परिवृत्त को बिंदु A पर स्पर्श करती है, और AB वृत्त की एक जीवा है, इसलिए **एकांतर खंड प्रमेय (Alternate Segment Theorem)** के अनुसार, स्पर्श रेखा और जीवा के बीच बना कोण, उस जीवा द्वारा एकांतर खंड में बनाए गए कोण के बराबर होता है:

$$\angle XAB = \angle ACB \quad \text{--- (समीकरण 2)}$$

अब, समीकरण 1 और समीकरण 2 की तुलना करने पर, हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि:

$$\angle XAB = \angle ABC$$

ध्यान दें कि तिर्यक रेखा AB द्वारा रेखाओं XY और BC पर बनने वाले कोण $\angle XAB$ और $\angle ABC$ **एकांतर अंतःकोणों** (alternate interior angles) का एक युग्म बनाते हैं। चूँकि एकांतर अंतःकोण बराबर हैं, इसलिए रेखाएँ अवश्य ही समांतर होंगी।

इसलिए, $XY \parallel BC$ है।

अतः सिद्ध हुआ।



Q33 - ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है, जिसमें $\angle A = (x + 2y)^\circ$, $\angle B = (5y - x)^\circ$, $\angle C = 2x^\circ$ तथा $\angle D = (x + y)^\circ$. x तथा y के मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर - हम जानते हैं कि एक चक्रीय चतुर्भुज में, सम्मुख कोणों का योग हमेशा 180° के बराबर होता है। इसलिए, हमें दो शर्तें प्राप्त होती हैं:

1. $\angle A + \angle C = 180^\circ$

2. $\angle B + \angle D = 180^\circ$

पहली शर्त ($\angle A + \angle C = 180^\circ$) का उपयोग करने पर:

$$(x + 2y) + 2x = 180$$

$$3x + 2y = 180 \quad \text{--- (समीकरण 1)}$$

दूसरी शर्त ($\angle B + \angle D = 180^\circ$) का उपयोग करने पर:

$$(5y - x) + (x + y) = 180$$

$$6y = 180$$

$$y = \frac{180}{6} = 30$$

अब, $y = 30$ का मान सीधे समीकरण 1 में रखकर x के लिए हल करते हैं:

$$3x + 2(30) = 180$$

$$3x + 60 = 180$$

$$3x = 180 - 60$$

$$3x = 120 \Rightarrow x = \frac{120}{3} = 40$$

उत्तर: x का मान 40 है और y का मान 30 है।

Q34 - एक वृत्त, जिसकी त्रिज्या 14 सेमी है, के एक ऐसे त्रिज्यखण्ड का परिमाप और क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसका केन्द्रीय कोण 30° है।

उत्तर - त्रिज्यखण्ड के दिए गए माप:

- वृत्त की त्रिज्या (r) = 14 सेमी
- केन्द्रीय कोण (θ) = 30°
- $\pi = \frac{22}{7}$ का उपयोग करने पर



सबसे पहले, हम त्रिज्यखंड के चाप की लंबाई (l) की गणना करते हैं:

$$l = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$$

$$l = \frac{30^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 14 = \frac{1}{12} \times 2 \times 22 \times 2 = \frac{88}{12} = \frac{22}{3} \text{ सेमी} \approx 7.33 \text{ सेमी}$$

अब, हम त्रिज्यखंड के कुल परिमाप की गणना करते हैं:

$$\text{परिमाप} = 2r + l = 2(14) + \frac{22}{3} = 28 + 7.33 = 35.33 \text{ सेमी}$$

इसके बाद, हम त्रिज्यखंड के क्षेत्रफल की गणना करते हैं:

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{30^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 = \frac{1}{12} \times 22 \times 2 \times 14 = \frac{616}{12} = \frac{154}{3} \text{ सेमी}^2 \approx 51.33 \text{ सेमी}^2$$

उत्तर: त्रिज्यखंड का कुल परिमाप 35.33 सेमी है और इसका क्षेत्रफल 51.33 सेमी² है।

अथवा

एक त्रिभुज की भुजाएं 3:5:7 के अनुपात में है। यदि त्रिभुज का परिमाप 60 सेमी है, तो उसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर – दिया गया है:

- त्रिभुज की भुजाओं का अनुपात = 3:5:7
- कुल परिमाप = 60 सेमी

मान लीजिए त्रिभुज की तीनों भुजाओं की लंबाई क्रमशः $3x$, $5x$ और $7x$ हैं।

चूँकि परिमाप सभी भुजाओं का योग होता है:

$$3x + 5x + 7x = 60$$

$$15x = 60 \Rightarrow x = \frac{60}{15} = 4$$

अब, प्रत्येक भुजा की व्यक्तिगत लंबाई निर्धारित करें:

- भुजा $a = 3(4) = 12$ सेमी
- भुजा $b = 5(4) = 20$ सेमी
- भुजा $c = 7(4) = 28$ सेमी



हेरॉन के सूत्र (Heron's Formula) का उपयोग करके क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए, हम पहले अर्ध-परिमाप (s) की गणना करते हैं:

$$s = \frac{\text{परिमाप}}{2} = \frac{60}{2} = 30 \text{ सेमी}$$

अब, त्रिभुज के क्षेत्रफल के लिए हेरॉन का सूत्र लागू करते हैं:

$$\text{क्षेत्रफल} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \sqrt{30(30-12)(30-20)(30-28)}$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \sqrt{30 \times 18 \times 10 \times 2}$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \sqrt{10800} = \sqrt{3600 \times 3} = 60\sqrt{3} \text{ सेमी}^2$$

$\sqrt{3} \approx 1.732$ का उपयोग करने पर:

$$\text{क्षेत्रफल} = 60 \times 1.732 = 103.92 \text{ सेमी}^2$$

उत्तर: त्रिभुज का कुल क्षेत्रफल $60\sqrt{3}$ सेमी² (या 103.92 सेमी²) है।

Q35 - धातु के एक ठोस गोले, जिसकी त्रिज्या 21 सेमी है, को पिघलाकर कुछ ऐसे ठोस शंकु बनाए जाते हैं जिनमें से प्रत्येक की त्रिज्या 7 सेमी और ऊँचाई 3 सेमी है। इस प्रकार निर्मित शंकुओं की संख्या ज्ञात कीजिए।

उत्तर - ठोस आकृतियों के दिए गए माप:

- ठोस धातु के गोले की त्रिज्या (R) = 21 सेमी
- प्रत्येक छोटे शंकु की त्रिज्या (r) = 7 सेमी
- प्रत्येक छोटे शंकु की ऊँचाई (h) = 3 सेमी

जब किसी ठोस आकृति को पिघलाकर पूरी तरह से दूसरी आकृति में ढाला जाता है, तो कुल आयतन समान रहता है।

$$\text{निर्मित शंकुओं की संख्या } (n) = \frac{\text{ठोस गोले का आयतन}}{\text{एक अकेले शंकु का आयतन}}$$

आयतन के ज्यामितीय सूत्रों का उपयोग करने पर:

$$\text{गोले का आयतन} = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad \text{और} \quad \text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

n ज्ञात करने के लिए समीकरण स्थापित करते हैं:

$$n = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{\frac{1}{3}\pi r^2 h} = \frac{4 \times R^3}{r^2 \times h}$$



संख्यात्मक मान रखने पर:

$$n = \frac{4 \times 21 \times 21 \times 21}{7 \times 7 \times 3}$$

$$n = \frac{4 \times 21 \times 21 \times 21}{147}$$

$$n = 4 \times 3 \times 3 \times 21 = 12 \times 21 = 252$$

उत्तर: निर्मित शंकुओं की कुल संख्या 252 है।

अथवा

एक ठोस बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल उसके कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल का दो-तिहाई है। यदि बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 231 वर्ग सेमी है, तो उसकी त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

उत्तर – दिया गया है:

- कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल (T.S.A.) = 231 सेमी^2
- वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल (C.S.A.) = $\frac{2}{3} \times \text{T.S.A.}$

हम जानते हैं कि एक ठोस बेलन के मानक सूत्र हैं:

$$\text{C.S.A.} = 2\pi rh \quad \text{और} \quad \text{T.S.A.} = 2\pi r(r + h) = 2\pi r^2 + 2\pi rh$$

प्रश्न की शर्त के अनुसार:

$$2\pi rh = \frac{2}{3} [2\pi r(r + h)]$$

दोनों पक्षों को $2\pi r$ से भाग देने पर:

$$h = \frac{2}{3}(r + h)$$

$$3h = 2r + 2h \Rightarrow h = 2r$$

अब कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल के सूत्र में $h = 2r$ रखते हैं (T.S.A. = 231):

$$2\pi r(r + 2r) = 231$$

$$2\pi r(3r) = 231$$

$$6\pi r^2 = 231$$



$\pi = \frac{22}{7}$ रखकर r^2 को अलग करते हैं:

$$6 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 231$$

$$\frac{132}{7} \times r^2 = 231$$

$$r^2 = \frac{231 \times 7}{132} = \frac{21 \times 7}{12} = \frac{7 \times 7}{4} = \frac{49}{4}$$

$$r = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2} = 3.5 \text{ सेमी}$$

उत्तर: ठोस बेलन की त्रिज्या 3.5 सेमी है।

Q36 - निम्नलिखित आँकड़ों का माध्यिक ज्ञात कीजिए:

x_i	5	15	25	35	45
f_i	8	10	24	15	7

उत्तर - वर्गीकृत असतत आँकड़ों का माध्यिक ज्ञात करने के लिए, हम पहले एक संचयी बारंबारता तालिका बनाते हैं:

x_i	बारंबारता (f_i)	संचयी बारंबारता (cf)
5	8	8
15	10	18
25	16	34
35	24	58
45	15	73
55	7	80

यहाँ, प्रेक्षणों की कुल संख्या (N) = $\sum f_i = 80$ है।

हम $\frac{N}{2}$ का मान ज्ञात करते हैं:

$$\frac{N}{2} = \frac{80}{2} = 40$$

अब, हम तालिका में उस संचयी बारंबारता मान को देखते हैं जो 40 से ठीक बड़ा या उसके बराबर है। वह मान 58 है, जो उस प्रेक्षण पंक्ति से संबंधित है जहाँ $x_i = 35$ है।

उत्तर: दिए गए आँकड़ों का माध्यिक (Median) 35 है।



Q37 - एक थैले में 5 लाल, 4 काली और 3 हरी गेंद हैं। थैले में से एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है। निम्नलिखित को प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए :

(i) एक लाल अथवा हरी गेंद

(ii) एक ऐसी गेंद जो लाल नहीं है।

उत्तर - सबसे पहले, थैले के अंदर गेंदों की कुल संख्या ज्ञात करते हैं:

$$\text{कुल गेंदें} = 5 (\text{लाल}) + 4 (\text{काली}) + 3 (\text{हरी}) = 12 \text{ गेंदें}$$

(i) एक लाल अथवा हरी गेंद प्राप्त करने की प्रायिकता:

अनुकूल परिणामों की कुल संख्या (या तो लाल गेंद या हरी गेंद) है:

$$\text{अनुकूल परिणाम} = 5 (\text{लाल}) + 3 (\text{हरी}) = 8 \text{ गेंदें}$$

$$\text{प्रायिकता (लाल या हरी)} = \frac{\text{अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल परिणाम}} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

(ii) एक ऐसी गेंद प्राप्त करने की प्रायिकता जो लाल नहीं है:

अनुकूल परिणामों की कुल संख्या (लाल को छोड़कर कोई भी गेंद, यानी काली या हरी) है:

$$\text{अनुकूल परिणाम} = 4 (\text{काली}) + 3 (\text{हरी}) = 7 \text{ गेंदें}$$

$$\text{प्रायिकता (लाल नहीं)} = \frac{\text{अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल परिणाम}} = \frac{7}{12}$$

उत्तर:

(i) एक लाल अथवा हरी गेंद प्राप्त करने की प्रायिकता $\frac{2}{3}$ है।

(ii) एक ऐसी गेंद जो लाल नहीं है, को प्राप्त करने की प्रायिकता $\frac{7}{12}$ है।

Q38 - निम्नलिखित रैखिक समीकरण निकाय को आलेखीय विधि से हल कीजिए :

$$x + y = 5, x - y = 1$$

उत्तर - समीकरणों के निकाय को आलेखीय विधि से हल करने के लिए, हम पहले प्रत्येक रैखिक समीकरण के लिए कम से कम दो हल (बिंदु) ज्ञात करते हैं ताकि उनकी सीधी रेखाएँ खींची जा सकें।



समीकरण 1 के लिए: $x + y = 5 \Rightarrow y = 5 - x$

- जब $x = 0$, $y = 5 - 0 = 5 \Rightarrow$ बिंदु $A(0,5)$
- जब $x = 5$, $y = 5 - 5 = 0 \Rightarrow$ बिंदु $B(5,0)$

$x + y = 5$ के लिए तालिका:

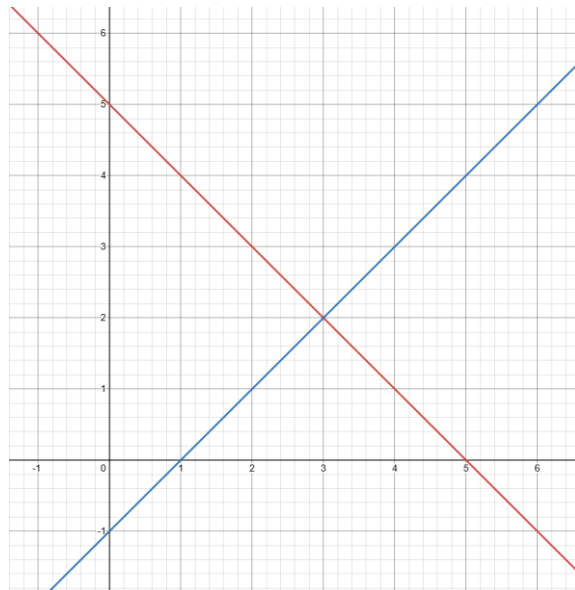
x	0	5
y	5	0

समीकरण 2 के लिए: $x - y = 1 \Rightarrow y = x - 1$

- जब $x = 0$, $y = 0 - 1 = -1 \Rightarrow$ बिंदु $C(0, -1)$
- जब $x = 1$, $y = 1 - 1 = 0 \Rightarrow$ बिंदु $D(1,0)$

$x - y = 1$ के लिए तालिका:

x	0	1
y	-1	0



इन रेखाओं को एक ग्राफ पेपर पर आलेखित करने पर, हम देखते हैं कि दोनों सीधी रेखाएँ एक-दूसरे को ठीक बिंदु $(3,2)$ पर प्रतिच्छेद करती हैं। इसलिए, प्रतिच्छेद बिंदु के निर्देशांक समीकरण निकाय का अद्वितीय हल देते हैं।

उत्तर: दिए गए रैखिक समीकरण निकाय का हल $x = 3$ और $y = 2$ है।



Q39 - एक आयताकार बगीचे की लंबाई उसकी चौड़ाई से 7 मीटर अधिक है। यदि बगीचे का क्षेत्रफल 144 वर्ग मीटर है, तो उसकी लंबाई तथा चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर - मान लीजिए आयताकार बगीचे की चौड़ाई = x मीटर है।

प्रश्न के अनुसार, बगीचे की लंबाई उसकी चौड़ाई से 7 मीटर अधिक है।

$$\text{लंबाई} = (x + 7) \text{ मीटर}$$

हम जानते हैं कि आयत के क्षेत्रफल का सूत्र है:

$$\text{क्षेत्रफल} = \text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई}$$

दिए गए मान रखने पर:

$$144 = (x + 7) \times x$$

$$144 = x^2 + 7x$$

$$x^2 + 7x - 144 = 0$$

अब, हम मध्य पद को तोड़कर इस द्विघात समीकरण को हल करते हैं:

$$x^2 + 16x - 9x - 144 = 0$$

$$x(x + 16) - 9(x + 16) = 0$$

$$(x - 9)(x + 16) = 0$$

इससे x के दो संभावित मान मिलते हैं:

$$x - 9 = 0 \Rightarrow x = 9$$

$$x + 16 = 0 \Rightarrow x = -16$$

चूँकि चौड़ाई एक भौतिक दूरी को दर्शाती है, इसलिए यह ऋणात्मक नहीं हो सकती। इसलिए, हम $x = -16$ को अमान्य करते हैं, और $x = 9$ को स्वीकार करते हैं।

- चौड़ाई = $x = 9$ मीटर
- लंबाई = $x + 7 = 9 + 7 = 16$ मीटर

उत्तर: आयताकार बगीचे की लंबाई 16 मीटर और चौड़ाई 9 मीटर है।

अथवा



एक समकोण त्रिभुज का शीर्ष लंब उसके आधार से 2 सेमी अधिक है। यदि उस त्रिभुज का कर्ण 10 सेमी है, तो उसकी अन्य दो भुजाएं ज्ञात कीजिए।

उत्तर – मान लीजिए समकोण त्रिभुज का आधार = x सेमी है।

प्रश्न के अनुसार, इसका शीर्ष लंब (ऊँचाई) इसके आधार से 2 सेमी अधिक है।

$$\text{शीर्ष लंब} = (x + 2) \text{ सेमी}$$

दिया गया है कि कर्ण = 10 सेमी।

समकोण त्रिभुज में पाइथागोरस प्रमेय लागू करने पर, हमें प्राप्त होता है:

$$(\text{आधार})^2 + (\text{शीर्ष लंब})^2 = (\text{कर्ण})^2$$

$$(x)^2 + (x + 2)^2 = (10)^2$$

$$x^2 + (x^2 + 4x + 4) = 100$$

$$2x^2 + 4x + 4 - 100 = 0$$

$$2x^2 + 4x - 96 = 0$$

समीकरण को सरल बनाने के लिए इसे 2 से भाग देने पर:

$$x^2 + 2x - 48 = 0$$

मध्य पद को तोड़कर हम द्विघात समीकरण को हल करते हैं:

$$x^2 + 8x - 6x - 48 = 0$$

$$x(x + 8) - 6(x + 8) = 0$$

$$(x - 6)(x + 8) = 0$$

इससे x के दो मान प्राप्त होते हैं:

$$x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6$$

$$x + 8 = 0 \Rightarrow x = -8$$

चूँकि किसी त्रिभुज की भुजा की लंबाई ऋणात्मक नहीं हो सकती, इसलिए हम $x = -8$ को छोड़ देते हैं। इस प्रकार, $x = 6$ है।

- आधार = $x = 6$ सेमी
- शीर्ष लंब = $x + 2 = 6 + 2 = 8$ सेमी

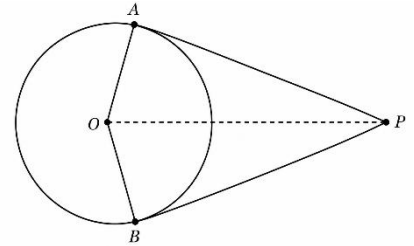
उत्तर: समकोण त्रिभुज की अन्य दो भुजाएँ 6 सेमी और 8 सेमी हैं।



Q40 - सिद्ध कीजिए कि किसी बाह्य बिन्दु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लम्बाइयां समान होती हैं।

उत्तर – उपपत्ति :

- **दिया है :** एक वृत्त जिसका केन्द्र O है और एक बाहरी बिंदु P वृत्त के बाहर स्थित है। बिंदु P से दो स्पर्श रेखाएँ PA and PB खींची गई हैं, जो वृत्त को क्रमशः बिंदु A और B पर स्पर्श करती हैं।
- **सिद्ध करना है :** $PA = PB$
- **रचना :** रेखा खंडों OA , OB और OP को मिलाया।



हम जानते हैं कि स्पर्श बिंदु से जाने वाली त्रिज्या स्पर्श रेखा पर लंब होती है। इसलिए, $\angle OAP = 90^\circ$ और $\angle OBP = 90^\circ$ है।

अब, दो समकोण त्रिभुजों $\triangle OAP$ और $\triangle OBP$ पर विचार करें:

1. $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$ (स्पर्श रेखा-त्रिज्या गुण से)
2. $OA = OB$ (एक ही वृत्त की त्रिज्याएँ)
3. $OP = OP$ (दोनों त्रिभुजों के लिए उभयनिष्ठ कर्ण भुजा)

RHS (समकोण-कर्ण-भुजा) सर्वांगसमता कसौटी द्वारा, हम कह सकते हैं कि:

$$\triangle OAP \cong \triangle OBP$$

चूँकि त्रिभुज सर्वांगसम हैं, इसलिए CPCT (सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग) द्वारा उनके संगत भाग बराबर होने चाहिए:

$$PA = PB$$

अतः सिद्ध हुआ।

Q41 - 200 मीटर $\times$ 150 मीटर विमाओं वाले एक आयताकार पार्क के बीच में दो लांबिक पथ 10 मीटर चौड़ाई के बने हुए हैं, जिनमें एक लंबाई के समांतर तथा दूसरा चौड़ाई के समांतर है। ₹50 प्रति वर्ग मीटर की दर से इन पथों को निर्मित करने का व्यय ज्ञात कीजिए।

उत्तर – दिए गए माप:

- आयताकार पार्क की लंबाई (l) = 200 मीटर
- आयताकार पार्क की चौड़ाई (b) = 150 मीटर
- प्रत्येक लंबवत पथ की चौड़ाई (w) = 10 मीटर
- निर्माण की दर = ₹ 50 प्रति वर्ग मीटर



क्रॉस-पथ इस प्रकार बने हैं कि एक लंबाई के समांतर और दूसरा चौड़ाई के समांतर चलता है।

$$\text{लंबाई के समांतर पथ का क्षेत्रफल} = \text{पार्क की लंबाई} \times \text{पथ की चौड़ाई} = 200 \times 10 = 2000 \text{ मीटर}^2$$

$$\text{चौड़ाई के समांतर पथ का क्षेत्रफल} = \text{पार्क की चौड़ाई} \times \text{पथ की चौड़ाई} = 150 \times 10 = 1500 \text{ मीटर}^2$$

जब ये दोनों पथ पार्क के बीच में एक-दूसरे को काटते हैं, तो वे 10 मीटर $\times$ 10 मीटर का एक उभयनिष्ठ वर्ग क्षेत्र बनाते हैं जिसकी गणना दो बार हो जाती है।

$$\text{उभयनिष्ठ केंद्रीय वर्ग भाग का क्षेत्रफल} = 10 \times 10 = 100 \text{ मीटर}^2$$

अब, हम पथों का शुद्ध कुल क्षेत्रफल ज्ञात करते हैं:

$$\text{पथों का कुल क्षेत्रफल} = \text{पहले पथ का क्षेत्रफल} + \text{दूसरे पथ का क्षेत्रफल} - \text{उभयनिष्ठ भाग का क्षेत्रफल}$$

$$\text{पथों का कुल क्षेत्रफल} = 2000 + 1500 - 100 = 3400 \text{ मीटर}^2$$

इसके बाद, दी गई दर पर निर्माण की कुल लागत की गणना करें:

$$\text{कुल लागत} = \text{पथों का कुल क्षेत्रफल} \times \text{प्रति वर्ग मीटर दर}$$

$$\text{कुल लागत} = 3400 \times 50 = ₹ 1,70,000$$

उत्तर: इन पथों को निर्मित करने का कुल व्यय ₹ 1,70,000 है।

अथवा

धातु की एक आयताकार सीट, जिसकी विमाएं 66 सेमी 12 सेमी हैं, को घुमाकर मोड़ते हुए एक 12 सेमी ऊँचाई का बेलन बनाया जाता है। बेलन का आयतन ज्ञात कीजिए।

उत्तर - धातु की आयताकार सीट की दी गई विमाएँ:

- लंबाई = 66 सेमी
- चौड़ाई = 12 सेमी

जब आयताकार सीट को उसकी लंबाई के अनुदिश मोड़कर 12 सेमी ऊँचाई का एक बेलन बनाया जाता है, तो सीट की लंबाई बेलन के वृत्ताकार आधार की परिधि बन जाती है, और चौड़ाई उसकी ऊँचाई बन जाती है ($h = 12$ सेमी)।

मान लीजिए r बेलन के आधार की त्रिज्या है।

$$\text{आधार की परिधि} = \text{सीट की लंबाई}$$

$$2\pi r = 66$$



त्रिज्या r ज्ञात करने के लिए $\pi = \frac{22}{7}$ रखें:

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 66$$

$$\frac{44}{7} \times r = 66$$

$$r = \frac{66 \times 7}{44} = \frac{3 \times 7}{2} = \frac{21}{2} \text{ सेमी} = 10.5 \text{ सेमी}$$

अब, मानक आयतन सूत्र का उपयोग करके बेलन के आयतन की गणना करें:

$$\text{आयतन} = \pi r^2 h$$

$$\text{आयतन} = \frac{22}{7} \times \left(\frac{21}{2}\right) \times \left(\frac{21}{2}\right) \times 12$$

$$\text{आयतन} = \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2} \times 12$$

$$\text{आयतन} = 11 \times 3 \times 21 \times 6 = 33 \times 126 = 4158 \text{ सेमी}^3$$

उत्तर: बेलन का कुल आयतन 4158 सेमी^3 है।

Q42 - यदि निम्नलिखित आंकड़ों का माध्य 8 है, तो p का मान ज्ञात कीजिए:

X_i	3	5	7	9	11	13
F_i	6	8	15	p	8	4

उत्तर - दिया गया है कि समांतर माध्य $(\bar{X}) = 8$ है।

हम $\sum F_i$ और $\sum F_i X_i$ ज्ञात करने के लिए पहले गुणन सारणी बनाते हैं:

X_i	F_i	$F_i X_i$
3	6	$3 \times 6 = 18$
5	8	$5 \times 8 = 40$
7	15	$7 \times 15 = 105$
9	p	$9p$
11	8	$11 \times 8 = 88$
13	4	$13 \times 4 = 52$

सभी बारंबारताओं का योग ($\sum F_i$) ज्ञात करें:

$$\sum F_i = 6 + 8 + 15 + p + 8 + 4 = 41 + p$$



गुणनफलों का कुल योग ($\sum F_i X_i$) ज्ञात करें:

$$\sum F_i X_i = 18 + 40 + 105 + 9p + 88 + 52 = 303 + 9p$$

हम जानते हैं कि समांतर माध्य का मानक सूत्र है:

$$\text{माध्य} = \frac{\sum F_i X_i}{\sum F_i}$$

दिए गए माध्य मान 8 को प्रतिस्थापित करने पर:

$$8 = \frac{303 + 9p}{41 + p}$$

भिन्न को हटाने के लिए तिर्यक-गुणन (Cross-multiplication) करने पर:

$$8(41 + p) = 303 + 9p$$

$$328 + 8p = 303 + 9p$$

p को हल करने के लिए पदों को व्यवस्थित करने पर:

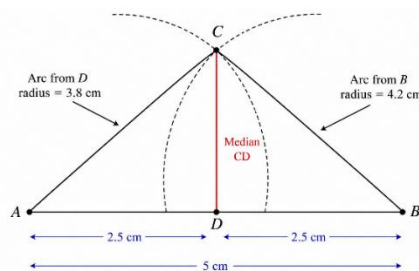
$$328 - 303 = 9p - 8p$$

$$25 = p \Rightarrow p = 25$$

उत्तर: p का मान 25 है।

Q43 - एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए, जिसमें $AB = 5$, $BC = 4.2$ सेमी और माधिका $CD = 3.8$ सेमी हो।

उत्तर -



रचना के चरण:

1. एक पैमाने (ruler) का उपयोग करके एक क्षैतिज सीधी आधार रेखा खंड $AB = 5$ सेमी खींचें।
2. रेखा खंड AB का लंब समद्विभाजक खींचकर उसका मध्यबिंदु ज्ञात करें। इस मध्यबिंदु को D के रूप में अंकित करें। लंबाई AD और DB दोनों 2.5 सेमी होंगी।

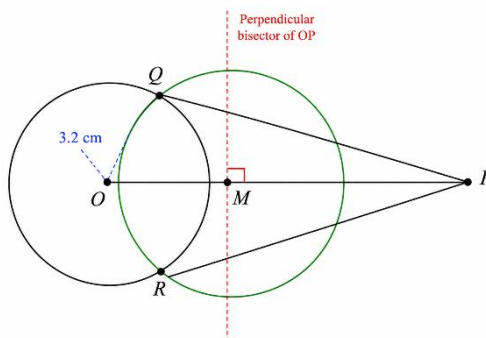


3. प्रकार (compass) को 3.8 सेमी (माधिका CD की लंबाई) की त्रिज्या तक खोलें। प्रकार की नोक को D पर रखें और रेखा खंड के ऊपर एक चाप खींचें।
4. इसके बाद, प्रकार को 4.2 सेमी (भुजा BC की लंबाई) की त्रिज्या तक खोलें। प्रकार की नोक को B पर रखें और पहले चाप को काटते हुए दूसरा चाप खींचें।
5. दोनों चापों के प्रतिच्छेदन बिंदु को C के रूप में अंकित करें।
6. अंत में, बिंदु C को बिंदु A से और बिंदु C को बिंदु B से मिलाने के लिए एक पैमाने का उपयोग करें। $\triangle ABC$ अभीष्ट त्रिभुज है।

अथवा

3.2 सेमी त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए। वृत्त के बाहर स्थित बिन्दु P से वृत्त की दो स्पर्श रेखाएं PQ तथा PR खींचिए।

उत्तर –



रचना के चरण:

1. प्रकार को 3.2 सेमी तक खोलें और केंद्र O लेकर एक वृत्त खींचें।
2. वृत्त के बाहर कहीं भी एक बिंदु P अंकित करें और रेखा खंड OP बनाने के लिए O को P से मिलाएं।
3. रेखा खंड OP का लंब समद्विभाजक खींचकर उसका मध्यबिंदु ज्ञात करें, और इसे M अंकित करें।
4. प्रकार की नोक को M पर रखें और त्रिज्या को MO (या MP) पर सेट करें। एक नया वृत्त खींचें।
5. यह नया वृत्त मूल 3.2 सेमी वाले वृत्त को दो अलग-अलग बिंदुओं पर काटेगा। इन प्रतिच्छेदन बिंदुओं को Q और R अंकित करें।
6. P को Q से और P को R से मिलाने वाली सीधी रेखाएँ खींचने के लिए एक पैमाने का उपयोग करें। PQ और PR बाह्य बिंदु P से वृत्त पर अभीष्ट स्पर्श रेखाएँ हैं।



Q44 - सूर्य का उन्नयन कोण 45° से 30° होने पर एक मीनार की छाया 10 मीटर बढ़ जाती है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। ($\sqrt{3} = 1.732$ लीजिए)

उत्तर - मान लीजिए कि ऊर्ध्वाधर मीनार की ऊँचाई $AB = h$ मीटर है।

मान लीजिए कि सूर्य का उन्नयन कोण 45° होने पर प्रारंभिक क्षैतिज छाया की लंबाई $BD = x$ मीटर है।

प्रश्न के अनुसार, कोण 30° तक गिरने पर छाया 10 मीटर बढ़ जाती है। इस प्रकार, $CD = 10$ मीटर और कुल छाया की लंबाई $BC = (x + 10)$ मीटर है।

पहले समकोण त्रिभुज $\triangle ABD$ में:

$$\tan 45^\circ = \frac{\text{लंब}}{\text{आधार}} = \frac{AB}{BD}$$

$$1 = \frac{h}{x} \Rightarrow x = h \quad \text{--- (समीकरण 1)}$$

दूसरे बड़े समकोण त्रिभुज $\triangle ABC$ में:

$$\tan 30^\circ = \frac{\text{लंब}}{\text{आधार}} = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x + 10}$$

तिर्यक-गुणन करने पर:

$$x + 10 = h\sqrt{3}$$

इस समीकरण में समीकरण 1 से $x = h$ का मान रखने पर:

$$h + 10 = h\sqrt{3}$$

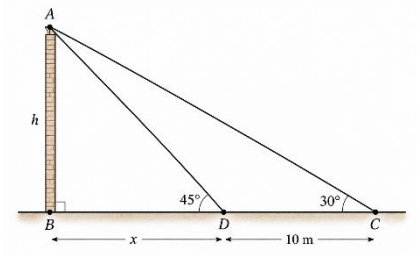
$$10 = h\sqrt{3} - h$$

$$10 = h(\sqrt{3} - 1)$$

$$h = \frac{10}{\sqrt{3} - 1}$$

सरल बनाने के लिए, हर का परिमेयकरण करने के लिए अंश और हर को $(\sqrt{3} + 1)$ से गुणा करें:

$$h = \frac{10(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} = \frac{10(\sqrt{3} + 1)}{3 - 1}$$



$$h = \frac{10(\sqrt{3} + 1)}{2} = 5(\sqrt{3} + 1)$$

दिया गया मान $\sqrt{3} = 1.732$ रखने पर:

$$h = 5(1.732 + 1) = 5(2.732) = 13.66 \text{ मीटर}$$

उत्तर: मीनार की ऊँचाई 13.66 मीटर है।

अथवा

एक वायुयान जब 3000 मीटर की ऊँचाई पर होता है तो वह एक अन्य वायुयान के ऊपर से गुजरता है तथा उस समय वे भूमि के एक बिन्दु से क्रमशः 60° तथा 45° के कोण बनाते हैं। दोनों वायुयानों के बीच की लंबवत दूरी ज्ञात कीजिए। ($\sqrt{3} = 1.732$ लीजिए)

उत्तर - मान लीजिए G भूमि पर विमानों के ठीक नीचे का आधार बिंदु है।

मान लीजिए A उच्च वायुयान की स्थिति है, इसलिए $AG = 3000$ मीटर है।

मान लीजिए B लंबवत रूप से A के नीचे निचले वायुयान की स्थिति है। मान लीजिए $BG = h$ मीटर है।

मान लीजिए P भूमि पर प्रेक्षण का बिंदु है, और क्षैतिज दूरी $PG = x$ मीटर है।

निचले विमान द्वारा बनाए गए पहले समकोण त्रिभुज $\triangle BGP$ में:

$$\tan 45^\circ = \frac{\text{लंब}}{\text{आधार}} = \frac{BG}{PG}$$

$$1 = \frac{h}{x} \Rightarrow x = h \quad \text{--- (समीकरण 1)}$$

उच्च विमान द्वारा बनाए गए दूसरे बड़े समकोण त्रिभुज $\triangle AGP$ में:

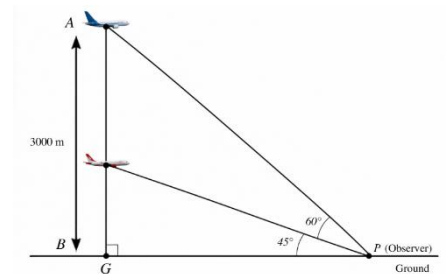
$$\tan 60^\circ = \frac{\text{लंब}}{\text{आधार}} = \frac{AG}{PG}$$

$$\sqrt{3} = \frac{3000}{x}$$

$$x = \frac{3000}{\sqrt{3}}$$

हर का परिमेयकरण करने पर:

$$x = \frac{3000\sqrt{3}}{3} = 1000\sqrt{3} \text{ मीटर}$$



समीकरण 1 से, हम जानते हैं कि $h = x$ है, इसलिए निचले विमान की ऊंचाई है:

$$h = 1000\sqrt{3} \text{ मीटर}$$

दोनों विमानों के बीच की लंबवत दूरी उनकी ऊंचाइयों का अंतर ($AG - BG$) है:

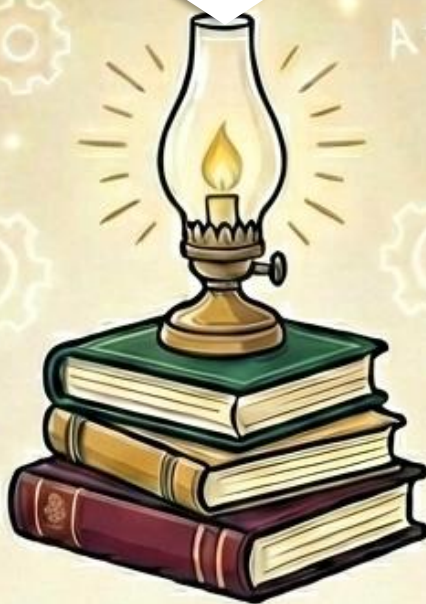
$$\text{लंबवत दूरी} = 3000 - h = 3000 - 1000\sqrt{3} = 1000(3 - \sqrt{3})$$

दिया गया मान $\sqrt{3} = 1.732$ रखने पर:

$$\text{लंबवत दूरी} = 1000(3 - 1.732) = 1000(1.268) = 1268 \text{ मीटर}$$

उत्तर: दोनों विमानों के बीच की लंबवत दूरी 1268 मीटर है।





NIOS PYQ's SOLUTIONS

PREVIOUS YEARS' QUESTIONS & ANSWERS



OCTOBER-2025

Your Path to Success

खंड – अ

A. ☐
B. ☒
C. ☐

Q1 - द्विघात समीकरण $x^2 - 4x + 3 = 0$ का विविक्तकर क्या है?

- (A) 28 (B) -8
(C) 4 (D) 2

उत्तर - (C) 4

Q2 - एक समांतर श्रेणी (A.P.) में तीन क्रमागत संख्याओं का योग 18 है और उनका गुणनफल 120 है, वे तीन संख्याएँ हैं :

- (A) 3, 4, 11 (B) 2, 6, 10
(C) 1, 7, 10 (D) 3, 6, 9

उत्तर - (B) 2, 6, 10

Q3 - एक दुकानदार ने ₹ 550 में एक स्कूल बैग बेच कर 10% का लाभ अर्जित किया। स्कूल बैग का क्रय मूल्य (₹ में) है :

- (A) 625 (B) 500
(C) 575 (D) 550

उत्तर - (B) 500

Q4 - रमेश ने एक रेडियो सेट ₹ 5,400 में खरीदा, जिसमें सूची-मूल्य पर 20% की छूट दी गई थी। रेडियो सेट का सूची-मूल्य है :

- (A) ₹ 5,500 (B) ₹ 5,800
(C) ₹ 6,750 (D) ₹ 6,000

उत्तर - (C) ₹ 6,750



Q5 - O वृत्त का केंद्र है, CA बिंदु A पर एक स्पर्श-रेखा है और CB बिंदु B पर एक स्पर्श-रेखा है जो कि वृत्त पर स्थित हैं। यदि $\angle ACB = 75^\circ$, तो $\angle AOB$ है :

- (A) 75° (B) 85°
(C) 95° (D) 105°

उत्तर - (D) 105°

Q6 - किसी वृत्त के बाहरी बिंदु A से खींची गई स्पर्श-रेखा AP की लंबाई 24 सेमी है। यदि वृत्त के केंद्र O से इस बिंदु A की दूरी 25 सेमी है तो इस वृत्त का व्यास है :

- (A) 15 cm (B) 14 cm
(C) 7 cm (D) 12 cm

उत्तर - (B) 14 cm

Q7 - बिंदु (a, b) और (-a, -b) के बीच की दूरी है :

- (A) $\sqrt{a^2 + b^2}$ (B) $a^2 + b^2$
(C) $2\sqrt{a^2 + b^2}$ (D) $4\sqrt{a^2 + b^2}$

उत्तर - (C) $2\sqrt{a^2 + b^2}$

Q8 - बिंदुओं $(-1, 3)$ और $(8, \frac{3}{2})$ को जोड़ने वाले रेखा-खंड का मध्य-बिंदु है :

- (A) $(\frac{7}{2}, -\frac{3}{4})$ (B) $(\frac{7}{2}, -\frac{9}{2})$
(C) $(\frac{9}{2}, -\frac{3}{4})$ (D) $(\frac{7}{2}, \frac{9}{4})$

उत्तर - (D) $(\frac{7}{2}, \frac{9}{4})$

Q9 - एक वर्ग का क्षेत्रफल, जिसका परिमाप 44 सेमी है, है :

- (A) 121 cm^2 (B) 121 cm
(C) 176 cm^2 (D) 11 cm^2

उत्तर - (A) 121 cm^2



Q10 - एक घनाभ की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 3 सेमी, 4 सेमी और 5 सेमी है, इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल है :

(A) 60 cm^2

(B) 70 cm^2

(C) 120 cm^2

(D) 94 cm^2

उत्तर - (D) 94 cm^2

Q11 - एक शंकु के आधार की त्रिज्या के समान त्रिज्या और समान ऊँचाई वाले एक बेलन का आयतन है :

(A) शंकु के आयतन के समान

(B) शंकु के आयतन का दुगुना

(C) शंकु के आयतन का $\frac{1}{3}$ गुना

(D) शंकु के आयतन का तिगुना

उत्तर - (D) शंकु के आयतन का तिगुना

Q12 - $\sec 60^\circ$ का मान है :

(A) 2

(B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(C) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(D) $\sqrt{2}$

उत्तर - (A) 2

Q13 - पाँच प्रेक्षकों का माध्य 15 है। यदि पहले 3 प्रेक्षकों का माध्य 14 है और अंतिम 3 प्रेक्षकों का माध्य 17 है, तो तीसरा प्रेक्षण है :

(A) 20

(B) 19

(C) 18

(D) 17

उत्तर - (C) 18

Q14 - यदि 6, 7, p, 8, q, 14 का माध्य 9 है, तो :

(A) $p - q = 19$

(B) $p + q = 19$

(C) $p - q = 21$

(D) $p + q = 21$

उत्तर - (B) $p + q = 19$



Q15 - क्रम में व्यवस्थित प्रत्येक डेटा के मध्यतम प्रेक्षण को कहा जाता है :

(A) बहुलक

(B) माध्यक

(C) माध्य

(D) विचलन

उत्तर - (B) माध्यक

Q16 - दो पासे एक साथ फेंके जाते हैं। उनके अलग-अलग संख्याएँ दिखाने की प्रायिकता है :

(A) $\frac{1}{6}$

(B) $\frac{5}{6}$

(C) $\frac{1}{3}$

(D) $\frac{2}{3}$

उत्तर - (B) $\frac{5}{6}$

Q17 - एक निश्चित परीक्षण प्रश्न के सही उत्तर का अनुमान लगाने की संभावना $\frac{x}{6}$ है। यदि इस प्रश्न का सही उत्तर अनुमान न लगाने की संभावना $\frac{2}{3}$ है, तो x का मान है :

(A) 2

(B) 3

(C) 4

(D) 6

उत्तर - (A) 2

Q18 - रिक्त स्थान भरें :

(i) $x^3 - y^3$ और $x^2 - y^2$ का HCF _____ है।

(ii) $x^3 - y^3$ और $x^2 - y^2$ का LCM _____ है।

उत्तर - (i) $x - y$

(ii) $(x - y)(x + y)(x^2 + xy + y^2)$

Q19 - रिक्त स्थान भरें :

(i) समीकरण $2x + 3y = 7$ और $(p - 1)x + (p + 2)y = 3p$ की जोड़ी में $p = \underline{\hspace{2cm}}$ के लिए अनंत रूप से कई हल हैं।

(ii) समीकरण $kx + 2y = 5$ और $3x + y = 1$ के युग्म का $k = \underline{\hspace{2cm}}$ के लिए कोई हल नहीं है।

उत्तर - (i) 7

(ii) 6



Q20 - सही कथन के लिए 'सत्य' और गलत कथन के लिए 'असत्य' लिखें :

- (i) प्रत्येक द्विघात समीकरण का ठीक एक मूल होता है।
 (ii) यदि द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल समान हैं, तो $b^2 - 4ac = 0$.

उत्तर – (i) असत्य

(ii) सत्य

Q21 - सही कथन के लिए 'सत्य' और गलत कथन के लिए 'असत्य' लिखें :

- (i) A.P. 10, 5, 0, -5, के लिए, सार्व अंतर 5 के बराबर है।
 (ii) क्रम 2, 2, 2, 2, 2, 2, एक A.P. है।

उत्तर – (i) असत्य

(ii) सत्य

Q22 – गद्यांश को पढ़ें और उसके बाद आने वाले प्रश्नों के उत्तर दें: [(i) से (ii) तक]

आरुष प्रतिमाह ₹ 45,000 कमाता है। वह 50% घर के खर्च के लिए, 20% अपने निजी खर्च के लिए, 20% अपने बच्चों के खर्च के लिए रखता है और बाकी बचा लेता है।

(i) वह प्रतिमाह कितनी राशि खर्च करता है ?

- (A) ₹ 40,500 (B) ₹ 40,000
 (C) ₹ 38,000 (D) ₹ 18,000

उत्तर – (A) ₹ 40,500

(ii) वह अपने बच्चों पर कितनी राशि खर्च करता है ?

- (A) ₹ 18,000 (B) ₹ 9,000
 (C) ₹ 10,000 (D) ₹ 15,000

उत्तर – (B) ₹ 9,000

Q23 - रिक्त स्थान भरें :

(i) किसी बाहरी बिंदु P से केन्द्र O वाले वृत्त पर दो स्पर्श-रेखाएँ PA और PB खींची जाती हैं। तब OP और AB के बीच का कोण _____ है।



(ii) PX और PY एक बाहरी बिंदु P से केंद्र O वाले वृत्त पर खींची गई दो स्पर्श-रेखाएँ हैं। यदि $\angle XPY = 80^\circ$ तो $\angle POX = \underline{\hspace{2cm}}$.

उत्तर – (i) 90°

(ii) 50°

Q24 - सही कथन के लिए 'सत्य' और गलत कथन के लिए 'असत्य' लिखें :

(i) सामान्य तौर पर एक बिंदु $P(x, y)$ के निर्देशांक का अर्थ है कि y-अक्ष से P की दूरी x इकाई है तथा x-अक्ष से इसकी दूरी y इकाई है।

(ii) $R(-2, -3)$ तीसरे चतुर्थांश में स्थित है क्योंकि इसके x और y दोनों निर्देशांक ऋणात्मक हैं।

उत्तर – (i) सत्य

(ii) सत्य

Q25 – सही कथन के लिए 'सत्य' और गलत कथन के लिए 'असत्य' लिखें :

(i) 'a' भुजा वाले एक घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल $6a^2$ है।

(ii) एक शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल πrl है, जहाँ r और l क्रमशः आधार त्रिज्या और शंकु की तिरछी ऊँचाई हैं।

उत्तर – (i) सत्य

(ii) असत्य

Q26 – निम्नलिखित में से प्रत्येक का मान ज्ञात कीजिए :

(i) $\frac{3 \sin 19^\circ}{\cos 71^\circ}$

(ii) $\sec 41^\circ \sin 49^\circ + \cos 49^\circ \operatorname{cosec} 41^\circ$

उत्तर – (i) 3

(ii) 2

Q27 – गद्यांश को पढ़ें और उसके बाद आने वाले प्रश्नों के उत्तर दें: [(i) से (ii) तक]

एक बैग में 4 लाल, 5 सफेद और कुछ हरी गेंदें हैं। यदि यादृच्छिक रूप से एक लाल गेंद निकालने की प्रायिकता $\frac{1}{5}$ है, तो इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए :

(i) एक हरी गेंद निकालना

(ii) एक हरी गेंद न निकालना

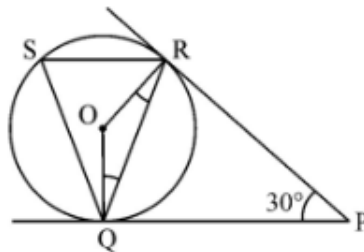


उत्तर - (i) $\frac{11}{20}$

(ii) $\frac{9}{20}$

Q28 - गद्यांश को पढ़ें और उसके बाद आने वाले प्रश्नों के उत्तर दें: [(i) से (v) तक]

लंदन आई एक मनोरंजक सवारी है जिसमें एक घूमने वाला सीधा बड़ा पहिया होता है जिसमें यात्रियों को ले जाने वाले कई घटक (आमतौर पर यात्री कार, केबिन, टब, कैप्सूल, गोंडोला या पॉड्स के रूप में संदर्भित) रिम से इस तरह जुड़े होते हैं कि जैसे ही पहिया घूमता है वे आमतौर पर गुरुत्वाकर्षण द्वारा सीधे खड़े रहते हैं। लंदन आई में सवारी करने के बाद अनु भीड़ से बाहर आई और अपने दोस्तों को देख रही थी कि वे सवारी का आनंद ले रहे थे। वह पहिये के बनने वाले विभिन्न कोणों और मापों के बारे में जानने को उत्सुक थी। वह दिए गए अनुसार एक आकृति बनाती है :



(i) $\angle ROQ$ का माप है :

(A) 60°

(B) 100°

(C) 150°

(D) 90°

उत्तर - (C) 150°

(ii) $\angle RQP$ का माप है :

(A) 75°

(B) 60°

(C) 30°

(D) 90°

उत्तर – (A) 75°

(iii) $\angle RSQ$ का माप है :

(A) 60°

(B) 75°

(C) 100°

(D) 30°

उत्तर – (B) 75°



(iv) $\angle ORP$ का माप है :

(A) 90°

(B) 70°

(C) 100°

(D) 60°

उत्तर – (A) 90°

(v) $\angle ORQ$ का माप है :

(A) 60°

(B) 15°

(C) 75°

(D) 90°

उत्तर – (B) 15°

खंड – ब



Q29 - सरल करें : $(3x + 4y)^2 + (3x - 4y)^2$

उत्तर – व्यंजक को सरल बनाने के लिए, हम दोनों पदों का विस्तार मानक बीजगणितीय सर्वसमिकाओं $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ और $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ का उपयोग करके करते हैं।

पहले पद का विस्तार करने पर:

$$(3x + 4y)^2 = (3x)^2 + 2(3x)(4y) + (4y)^2 = 9x^2 + 24xy + 16y^2$$

दूसरे पद का विस्तार करने पर:

$$(3x - 4y)^2 = (3x)^2 - 2(3x)(4y) + (4y)^2 = 9x^2 - 24xy + 16y^2$$

दोनों विस्तारित व्यंजकों को एक साथ जोड़ने पर:

$$\begin{aligned} & (9x^2 + 24xy + 16y^2) + (9x^2 - 24xy + 16y^2) \\ &= 9x^2 + 9x^2 + 24xy - 24xy + 16y^2 + 16y^2 \\ &= 18x^2 + 32y^2 \end{aligned}$$

उत्तर: व्यंजक का सरलीकृत मान $18x^2 + 32y^2$ है।

अथवा



गुणनखंड कीजिए : $16x^2 - 25y^2$

उत्तर – दिया गया व्यंजक:

$$16x^2 - 25y^2$$

हम दोनों पदों को पूर्ण वर्ग के रूप में फिर से लिखते हैं:

$$16x^2 = (4x)^2 \quad \text{और} \quad 25y^2 = (5y)^2$$

इन्हें वापस व्यंजक में प्रतिस्थापित करने पर:

$$(4x)^2 - (5y)^2$$

दो वर्गों के अंतर के लिए बीजगणितीय सर्वसमिका $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ का उपयोग करने पर:

$$(4x - 5y)(4x + 5y)$$

उत्तर: दिए गए व्यंजक के गुणनखंड $(4x - 5y)(4x + 5y)$ हैं।

Q30 - एक कुर्सी ₹ 2,700 नकद या ₹ 600 नकद अग्रिम भुगतान के रूप में बेची जाती है, इसके बाद ₹ 750 प्रत्येक की 3 मासिक किस्तें दी जाती हैं। किस्त योजना के तहत भुगतान किया गया ब्याज ज्ञात कीजिए।

उत्तर – दिए गए मान:

- कुर्सी का नकद मूल्य = ₹ 2,700
- अग्रिम भुगतान = ₹ 600
- प्रत्येक मासिक किस्त की राशि = ₹ 750
- किस्तों की संख्या = 3

सबसे पहले, किस्तों के माध्यम से भुगतान की गई कुल राशि की गणना करें:

$$\text{कुल किस्त की राशि} = 3 \times 750 = ₹ 2,250$$

इसके बाद, किस्त योजना के तहत ग्राहक द्वारा भुगतान की गई कुल राशि ज्ञात करें:

$$\text{भुगतान की गई कुल राशि} = \text{अग्रिम भुगतान} + \text{कुल किस्त की राशि}$$

$$\text{भुगतान की गई कुल राशि} = 600 + 2250 = ₹ 2,850$$

अब, इस योजना के तहत लिए गए अतिरिक्त ब्याज की गणना करें:

$$\text{भुगतान किया गया ब्याज} = \text{भुगतान की गई कुल राशि} - \text{नकद मूल्य}$$

$$\text{भुगतान किया गया ब्याज} = 2850 - 2700 = ₹ 150$$

उत्तर: किस्त योजना के तहत भुगतान किया गया कुल ब्याज ₹ 150 है।



Q31 - एक टेबल ₹ 1,700 नकद या ₹ 500 नकद अग्रिम भुगतान के लिए बेची जाती है, इसके बाद 2 महीने के बाद ₹ 1,400 का भुगतान किया जाता है। किस्त योजना के अंतर्गत ली जाने वाली वार्षिक ब्याज दर ज्ञात कीजिए।

उत्तर - दिए गए मान:

- टेबल का नकद मूल्य = ₹ 1,700
- अग्रिम भुगतान = ₹ 500
- 2 महीने बाद भुगतान की गई राशि = ₹ 1,400
- समय (T) = 2 महीने = $\frac{2}{12}$ वर्ष = $\frac{1}{6}$ वर्ष

सबसे पहले, हम शेष मूलधन राशि (P) ज्ञात करते हैं जिसका वित्तपोषण (financed) किया गया था:

$$P = \text{नकद मूल्य} - \text{अग्रिम भुगतान}$$

$$P = 1700 - 500 = ₹ 1,200$$

इस मूलधन को चुकाने के लिए 2 महीने बाद भुगतान की गई अंतिम राशि (A) ₹ 1,400 है।

वित्तपोषित शेष राशि पर लिए गए साधारण ब्याज (I) की गणना करें:

$$I = A - P$$

$$I = 1400 - 1200 = ₹ 200$$

अब, हम वार्षिक ब्याज दर (R) निर्धारित करने के लिए साधारण ब्याज सूत्र $I = \frac{P \times R \times T}{100}$ का उपयोग करते हैं:

$$200 = \frac{1200 \times R \times \left(\frac{1}{6}\right)}{100}$$

$$200 = \frac{200 \times R}{100}$$

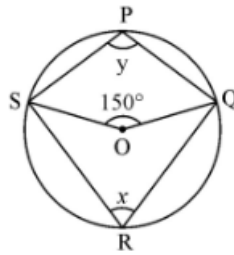
$$200 = 2R$$

$$R = \frac{200}{2} = 100$$

उत्तर: किस्त योजना के तहत ली जाने वाली वार्षिक ब्याज दर 100% प्रति वर्ष है।



Q32 - चित्र में P, Q, R और S से गुजरने वाले वृत्त का केंद्र O है। यदि $\angle SOQ = 150^\circ$, तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।



उत्तर - मानक वृत्त प्रमेय के अनुसार, किसी चाप द्वारा केंद्र पर अंतरित (subtended) कोण वृत्त के शेष भाग पर किसी भी बिंदु पर अंतरित कोण का दुगुना होता है।

यहाँ, केंद्रीय कोण $\angle SOQ = 150^\circ$ है और परिधि पर अंतरित कोण $\angle SPQ = y$ है।

$$y = \frac{1}{2} \times \angle SOQ$$

$$y = \frac{1}{2} \times 150^\circ = 75^\circ$$

शीर्ष P, S, R, और Q सभी वृत्त की सीमा पर स्थित हैं, जो PQRS को एक चक्रीय चतुर्भुज बनाते हैं। हम जानते हैं कि एक चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योग हमेशा संपूरक (180°) होता है।

$$\angle SRQ + \angle SPQ = 180^\circ$$

$$x + y = 180^\circ$$

$$x + 75^\circ = 180^\circ$$

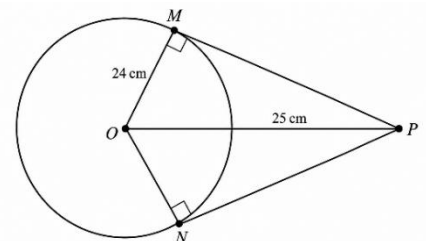
$$x = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

उत्तर: अभीष्ट मान $x = 105^\circ$ और $y = 75^\circ$ हैं।

Q33 - PM और PN एक वृत्त के केंद्र से 25 सेमी की दूरी पर एक बिंदु P से खींची गई स्पर्श-रेखाएँ हैं, जिसकी त्रिज्या 24 सेमी है। PM और PN की लंबाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर - मान लीजिए O वृत्त का केंद्र है। दिया गया है कि केंद्र से बिंदु P की दूरी $OP = 25$ सेमी है और वृत्त की त्रिज्या $OM = ON = 24$ सेमी है।

हम जानते हैं कि स्पर्श बिंदु पर त्रिज्या स्पर्श रेखा पर लंब होती है। इसलिए, $\angle OMP = 90^\circ$ है।



समकोण त्रिभुज $\triangle OMP$ में, हम पाइथागोरस प्रमेय लागू करते हैं:

$$OP^2 = OM^2 + PM^2$$

सूत्र में दिए गए मान रखने पर:

$$25^2 = 24^2 + PM^2$$

$$625 = 576 + PM^2$$

$$PM^2 = 625 - 576$$

$$PM^2 = 49 \Rightarrow PM = \sqrt{49} = 7 \text{ सेमी}$$

चूँकि किसी बाहरी बिंदु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लंबाई हमेशा बराबर होती है, इसलिए $PN = PM = 7$ सेमी।

उत्तर: दोनों स्पर्श रेखाओं PM और PN की लंबाई 7 सेमी है।

Q34 - एक त्रिभुज के शीर्षों के निर्देशांक (3, 5), (7, 10) और (1, 3) हैं। इसके केन्द्रक के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

उत्तर - त्रिभुज के दिए गए शीर्ष:

- $(x_1, y_1) = (3, 5)$
- $(x_2, y_2) = (7, 10)$
- $(x_3, y_3) = (1, 3)$

किसी त्रिभुज के केन्द्रक (X, Y) के निर्देशांक निर्धारित करने का मानक सूत्र है:

$$X = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \quad \text{और} \quad Y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

क्षेत्रिज X -निर्देशांक घटक की गणना करने पर:

$$X = \frac{3 + 7 + 1}{3} = \frac{11}{3}$$

ऊर्ध्वाधर Y -निर्देशांक घटक की गणना करने पर:

$$Y = \frac{5 + 10 + 3}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

उत्तर: त्रिभुज के केन्द्रक के निर्देशांक $\left(\frac{11}{3}, 6\right)$ हैं।

अथवा



x-अक्ष पर उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो उन बिंदुओं से समान दूरी पर है जिनके निर्देशांक (8,3) और (5, 9) हैं।

उत्तर - मान लीजिए x -अक्ष पर स्थित अभीष्ट बिंदु $P(x, 0)$ है (चूँकि x -अक्ष पर किसी भी बिंदु का y -निर्देशांक हमेशा शून्य होता है)।

मान लीजिए दिए गए निर्देशांक बिंदु $A(8,3)$ और $B(5,9)$ हैं।

प्रश्न के अनुसार, बिंदु P , बिंदु A और B से समान दूरी पर है:

$$PA = PB \Rightarrow PA^2 = PB^2$$

दोनों पक्षों पर दूरी सूत्र वर्ग $(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$ लागू करने पर:

$$(x - 8)^2 + (0 - 3)^2 = (x - 5)^2 + (0 - 9)^2$$

बीजगणितीय सर्वसमिकाओं का उपयोग करके विस्तार करने पर:

$$(x^2 - 16x + 64) + 9 = (x^2 - 10x + 25) + 81$$

$$x^2 - 16x + 73 = x^2 - 10x + 106$$

दोनों पक्षों से x^2 को काटने और रैखिक पदों को व्यवस्थित करने पर:

$$-16x + 10x = 106 - 73$$

$$-6x = 33$$

$$x = \frac{33}{-6} = -\frac{11}{2} = -5.5$$

उत्तर: x -अक्ष पर अभीष्ट बिंदु के निर्देशांक $(-5.5, 0)$ हैं।

Q35 - केंद्रीय कोण 84° और 15 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्त के त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

उत्तर - दिए गए माप:

- वृत्त की त्रिज्या (r) = 15 सेमी
- केंद्रीय कोण (θ) = 84°

वृत्त के त्रिज्यखंड के क्षेत्रफल की गणना करने का सूत्र है:

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$



दिए गए मान रखने पर और $\pi = \frac{22}{7}$ का उपयोग करने पर:

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{84^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 15 \times 15$$

संख्यात्मक व्यंजक को सरल बनाना:

$$\text{क्षेत्रफल} = \left(\frac{84}{7}\right) \times \frac{1}{360} \times 22 \times 225$$

$$\text{क्षेत्रफल} = 12 \times \frac{1}{360} \times 22 \times 225$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{12}{360} \times 4950 = \frac{1}{30} \times 4950 = \frac{495}{3} = 165$$

उत्तर: वृत्त के त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल 165 सेमी² है।

अथवा

एक वर्गाकार मैदान का क्षेत्रफल 625 वर्ग मीटर है। मैदान का परिमाण ज्ञात कीजिए ।

उत्तर - मान लीजिए वर्गाकार मैदान की भुजा की लंबाई = s मीटर है।

हम जानते हैं कि वर्ग के क्षेत्रफल का सूत्र है:

$$\text{क्षेत्रफल} = s^2$$

दिया गया है कि क्षेत्रफल = 625 मीटर²:

$$s^2 = 625 \Rightarrow s = \sqrt{625} = 25 \text{ मीटर}$$

वर्ग के कुल परिमाण की गणना करने का सूत्र है:

$$\text{परिमाण} = 4 \times s$$

$$\text{परिमाण} = 4 \times 25 = 100 \text{ मीटर}$$

उत्तर: वर्गाकार मैदान का परिमाण 100 मीटर है।

Q36 - यदि $(1 + \cos A)(1 - \cos A) = \frac{3}{4}$ है, तो $\sec A$ का मान ज्ञात कीजिए ।

उत्तर - दिया गया त्रिकोणमितीय समीकरण:

$$(1 + \cos A)(1 - \cos A) = \frac{3}{4}$$



बाएँ पक्ष पर सर्वसमिका $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ का उपयोग करने पर:

$$1 - \cos^2 A = \frac{3}{4}$$

$\sec A$ ज्ञात करने के लिए, हम समीकरण को $\cos^2 A$ के लिए व्यवस्थित कर सकते हैं:

$$1 - \frac{3}{4} = \cos^2 A$$

$$\cos^2 A = \frac{1}{4}$$

दोनों पक्षों का वर्गमूल लेने पर (एक न्यून कोण के लिए धनात्मक मान पर विचार करते हुए):

$$\cos A = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

चूँकि सीकेंट (secant), कोसाइन (cosine) का व्युत्क्रम होता है ($\sec A = \frac{1}{\cos A}$):

$$\sec A = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

उत्तर: $\sec A$ का मान 2 है।

अथवा

यदि $\sin(A + B) = 1$ और $\tan(A - B) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ है, तो $\tan A + \cot B$ का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – दिए गए समीकरण:

$$1. \sin(A + B) = 1$$

हम जानते हैं कि $\sin 90^\circ = 1$ है। इसलिए:

$$A + B = 90^\circ \quad \text{--- (समीकरण 1)}$$

$$2. \tan(A - B) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

हम जानते हैं कि $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ है। इसलिए:

$$A - B = 30^\circ \quad \text{--- (समीकरण 2)}$$



समीकरण 1 और समीकरण 2 को एक साथ जोड़ने पर:

$$(A + B) + (A - B) = 90^\circ + 30^\circ$$

$$2A = 120^\circ \Rightarrow A = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

समीकरण 1 में $A = 60^\circ$ का मान प्रतिस्थापित करने पर:

$$60^\circ + B = 90^\circ \Rightarrow B = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

अब, हम अभीष्ट व्यंजक $\tan A + \cot B$ का मान ज्ञात करते हैं:

$$\text{मान} = \tan 60^\circ + \cot 30^\circ$$

मानक सारणी से, $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ और $\cot 30^\circ = \sqrt{3}$:

$$\tan A + \cot B = \sqrt{3} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

उत्तर: $\tan A + \cot B$ का मान $2\sqrt{3}$ है।

Q37 - 52 ताशों की अच्छी तरह से फेंटी गई गड्डी में से यादृच्छिक रूप से एक पत्ता निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि निकाला गया पत्ता :

(i) पान की बेगम है।

(ii) गुलाम (जैक) नहीं है।

उत्तर - कुल संभावित परिणामों की संख्या (एक मानक गड्डी में कुल पत्ते) = 52 है।

(i) निकाला गया पत्ता पान की बेगम (queen of hearts) होने की प्रायिकता:

एक मानक गड्डी में पान की केवल 1 बेगम होती है।

$$\text{प्रायिकता} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल परिणामों की संख्या}} = \frac{1}{52}$$

(ii) निकाला गया पत्ता गुलाम (jack) नहीं होने की प्रायिकता:

ताश की एक गड्डी में कुल 4 गुलाम होते हैं।

इसलिए, उन पत्तों की संख्या जो गुलाम नहीं हैं:

$$52 - 4 = 48 \text{ पत्ते}$$



$$\text{प्रायिकता} = \frac{\text{गुलाम न होने वाले पत्तों की संख्या}}{\text{कुल परिणामों की संख्या}} = \frac{48}{52} = \frac{12}{13}$$

उत्तर:

(i) पान की बेगम होने की प्रायिकता $\frac{1}{52}$ है।

(ii) पत्ता गुलाम न होने की प्रायिकता $\frac{12}{13}$ है।

Q38 - गुणनखंडन कीजिए : $a^6 - 64b^6$

उत्तर – दिया गया बीजगणितीय व्यंजक:

$$a^6 - 64b^6$$

हम पदों को दो घनों के अंतर के रूप में फिर से लिखते हैं:

$$a^6 = (a^2)^3 \quad \text{और} \quad 64b^6 = (4b^2)^3$$

इसे व्यंजक में प्रतिस्थापित करने पर:

$$(a^2)^3 - (4b^2)^3$$

घन सर्वसमिका $X^3 - Y^3 = (X - Y)(X^2 + XY + Y^2)$ का उपयोग करने पर:

$$\begin{aligned} &= (a^2 - 4b^2)[(a^2)^2 + (a^2)(4b^2) + (4b^2)^2] \\ &= (a^2 - 4b^2)[a^4 + 4a^2b^2 + 16b^4] \end{aligned}$$

अब, हम दोनों भागों का और आगे विस्तार करते हैं:

1. पहले भाग को $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$ सर्वसमिका का उपयोग करके गुणनखंडित किया जा सकता है:

$$a^2 - 4b^2 = (a)^2 - (2b)^2 = (a - 2b)(a + 2b)$$

2. दूसरे भाग को वर्ग पूरा करके (completing the square) फिर से लिखा जा सकता है:

$$\begin{aligned} a^4 + 4a^2b^2 + 16b^4 &= (a^4 + 8a^2b^2 + 16b^4) - 4a^2b^2 \\ &= (a^2 + 4b^2)^2 - (2ab)^2 \end{aligned}$$

पुनः $A^2 - B^2$ लागू करने पर:

$$= (a^2 + 4b^2 - 2ab)(a^2 + 4b^2 + 2ab) = (a^2 - 2ab + 4b^2)(a^2 + 2ab + 4b^2)$$



सभी सरलीकृत रैखिक गुणनखंडों को एक साथ मिलाने पर:

$$(a - 2b)(a + 2b)(a^2 - 2ab + 4b^2)(a^2 + 2ab + 4b^2)$$

उत्तर: पूर्ण गुणनखंडित व्यंजक $(a - 2b)(a + 2b)(a^2 - 2ab + 4b^2)(a^2 + 2ab + 4b^2)$ है।

अथवा

$\frac{a^2-1}{a^2-25}$ को $\frac{a^2-4a-5}{a^2+4a-5}$ से विभाजित कीजिए और परिणाम को निम्नतम रूप में व्यक्त कीजिए।

उत्तर - परिमेय व्यंजकों को विभाजित करने के लिए, हम पहले व्यंजक को दूसरे व्यंजक के व्युत्क्रम (reciprocal) से गुणा करते हैं:

$$\frac{a^2 - 1}{a^2 - 25} \div \frac{a^2 - 4a - 5}{a^2 + 4a - 5} = \frac{a^2 - 1}{a^2 - 25} \times \frac{a^2 + 4a - 5}{a^2 - 4a - 5}$$

अब, हम प्रत्येक व्यक्तिगत द्विघात बहुपद घटक का पूरी तरह से गुणनखंड करते हैं:

- $a^2 - 1 = (a - 1)(a + 1)$
- $a^2 - 25 = (a - 5)(a + 5)$
- $a^2 + 4a - 5 = a^2 + 5a - a - 5 = a(a + 5) - 1(a + 5) = (a + 5)(a - 1)$
- $a^2 - 4a - 5 = a^2 - 5a + a - 5 = a(a - 5) + 1(a - 5) = (a - 5)(a + 1)$

इन गुणनखंडित पदों को वापस गुणन व्यंजक में प्रतिस्थापित करने पर:

$$= \frac{(a - 1)(a + 1)}{(a - 5)(a + 5)} \times \frac{(a + 5)(a - 1)}{(a - 5)(a + 1)}$$

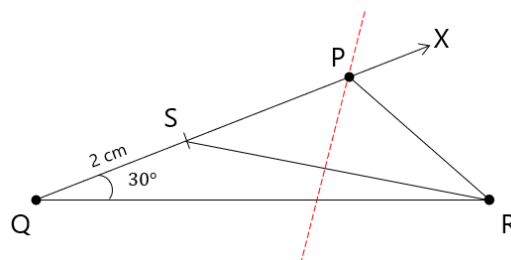
अंश और हर दोनों में मौजूद समान उभयनिष्ठ पदों $(a + 1)$ और $(a + 5)$ को काटने पर:

$$= \frac{(a - 1) \times (a - 1)}{(a - 5) \times (a - 5)} = \frac{(a - 1)^2}{(a - 5)^2} = \frac{a^2 - 2a + 1}{a^2 - 10a + 25}$$

उत्तर: निम्नतम रूप में व्यक्त अंतिम भिन्न का परिणाम $\frac{a^2-2a+1}{a^2-10a+25}$ है।

Q39 - ΔPQR की रचना कीजिए, जिसमें $QR = 8$ सेमी, $\angle Q = 30^\circ$, $PQ - PR = 2$ सेमी है।

उत्तर -



रचना के चरण:

1. एक पैमाने (ruler) का उपयोग करके एक क्षैतिज आधार रेखा खंड $QR = 8$ सेमी खींचें।
2. बिंदु Q पर, एक चाप या कोण मापक का उपयोग करके $\angle RQX = 30^\circ$ का कोण बनाएं।
3. चूँकि भुजा की शर्त $PQ - PR = 2$ सेमी निर्दिष्ट करती है (जिसका अर्थ है $PQ > PR$), बनी हुई किरण QX पर एक रेखा खंड की लंबाई $QS = 2$ सेमी काटें।
4. एक पटरी का उपयोग करके बिंदु S को सिरे R से मिलाकर रेखा खंड SR बनाएं।
5. इस नए रेखा खंड SR का लंब समद्विभाजक (perpendicular bisector) खींचें। इस समद्विभाजक रेखा को ऊपर की ओर तब तक बढ़ाएँ जब तक कि यह मूल किरण QX को एक बिंदु पर न काट दे। इस प्रतिच्छेदन बिंदु को शीर्ष P के रूप में अंकित करें।
6. त्रिभुज $\triangle PQR$ की सीमाओं को पूरा करने के लिए शीर्ष P को सिरे R से एक सीधी रेखा द्वारा मिलाएँ।

Q40 - वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें y -अक्ष बिंदुओं $(4, -5)$ और $(-1, 2)$ को जोड़ने वाले रेखा-खंड को विभाजित करता है। प्रतिच्छेदन बिंदु भी ज्ञात कीजिए।

उत्तर - मान लीजिए कि y -अक्ष बिंदुओं $A(4, -5)$ और $B(-1, 2)$ को मिलाने वाले रेखा खंड को आंतरिक रूप से $k:1$ के अनुपात में विभाजित करता है।

y -अक्ष पर स्थित किसी भी बिंदु का x -निर्देशांक 0 होता है, इसलिए हम प्रतिच्छेदन बिंदु को $P(0, y)$ के रूप में दर्शाते हैं।

x -अक्ष घटक के लिए मानक विभाजन सूत्र (Section Formula) का उपयोग करने पर:

$$x = \frac{mx_2 + nx_1}{m + n}$$

दिए गए मान रखने पर ($x = 0, x_1 = 4, x_2 = -1, m = k, n = 1$):

$$0 = \frac{k(-1) + 1(4)}{k + 1}$$

$$0 = -k + 4 \Rightarrow k = 4$$

इस प्रकार, आंतरिक विभाजन अनुपात $k:1$ का मान $4:1$ के बराबर है।

अब, प्रतिच्छेदन बिंदु का मान ज्ञात करने के लिए $k = 4$ को y -निर्देशांक वाले सूत्र में रखते हैं:

$$y = \frac{my_2 + ny_1}{m + n}$$

$$y = \frac{4(2) + 1(-5)}{4 + 1} = \frac{8 - 5}{5} = \frac{3}{5}$$



उत्तर: y -अक्ष रेखा खंड को 4:1 के अनुपात में विभाजित करता है, और प्रतिच्छेदन बिंदु के निर्देशांक $(0, \frac{3}{5})$ हैं।

अथवा

दर्शाइए कि बिंदु $A(1, 5)$, $B(7, -1)$ और $C(4, 2)$ संरेख हैं।

उत्तर - दिए गए बिंदु: $A(1, 5)$, $B(7, -1)$, और $C(4, 2)$ ।

यह दर्शाने के लिए कि ये बिंदु संरेख (collinear) हैं, हम दूरी सूत्र $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ का उपयोग करके प्रत्येक जोड़ी के बीच की दूरी ज्ञात करते हैं।

दूरी AB की गणना:

$$AB = \sqrt{(7 - 1)^2 + (-1 - 5)^2} = \sqrt{(6)^2 + (-6)^2} = \sqrt{36 + 36} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2} \text{ इकाई}$$

दूरी BC की गणना:

$$BC = \sqrt{(4 - 7)^2 + (2 - (-1))^2} = \sqrt{(-3)^2 + (3)^2} = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ इकाई}$$

दूरी AC की गणना:

$$AC = \sqrt{(4 - 1)^2 + (2 - 5)^2} = \sqrt{(3)^2 + (-3)^2} = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ इकाई}$$

अब, हम दो छोटी दूरियों को एक साथ जोड़ते हैं:

$$AC + BC = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \text{ इकाई}$$

ध्यान दें कि $AC + BC = AB$ ($6\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$) है।

चूँकि A से C और C से B की दूरियों का योग A से B की कुल सीधी रेखा की दूरी के बराबर है, इसलिए ये बिंदु एक ही सीधी रेखा पर स्थित होने चाहिए।

अतः, बिंदु A , B और C संरेख (collinear) हैं।

Q41 - 16 मीटर त्रिज्या वाले एक वृत्ताकार पार्क की सीमा के साथ और उसके अंदर की ओर 2 मीटर चौड़ा एक वृत्ताकार पथ है। ₹ 24 प्रति वर्ग मीटर की दर से ईंटों से पथ बनाने की लागत ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ का प्रयोग करें)

उत्तर - वृत्ताकार पार्क के दिए गए माप:

- बाहरी त्रिज्या (R) = 16 मीटर
- अंदर की ओर बने पथ की चौड़ाई = 2 मीटर



- आंतरिक त्रिज्या (r) = बाहरी त्रिज्या – पथ की चौड़ाई = $16 - 2 = 14$ मीटर
- ईंटें बिछाने की दर = ₹ 24 प्रति वर्ग मीटर

सबसे पहले, हम संकेंद्रीय वलय (concentric ring) के सूत्र का उपयोग करके वृत्ताकार पथ के कुल क्षेत्रफल की गणना करते हैं:

$$\text{पथ का क्षेत्रफल} = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2)$$

दिए गए मान $\pi = 3.14$ का उपयोग करने पर:

$$\text{क्षेत्रफल} = 3.14 \times (16^2 - 14^2)$$

$$\text{क्षेत्रफल} = 3.14 \times (256 - 196)$$

$$\text{क्षेत्रफल} = 3.14 \times 60 = 188.4 \text{ मीटर}^2$$

अब, ₹ 24 प्रति वर्ग मीटर की दर से पथ पर ईंटें बिछाने की कुल लागत की गणना करें:

$$\text{कुल लागत} = \text{पथ का क्षेत्रफल} \times \text{दर}$$

$$\text{कुल लागत} = 188.4 \times 24 = ₹ 4,521.60$$

उत्तर: वृत्ताकार पथ पर ईंटें बिछाने की कुल लागत ₹ 4,521.60 है।

Q42 - नीचे दिया गया बंटन एक कक्षा के 30 छात्रों का वजन देता है। छात्रों का माध्यक भार ज्ञात कीजिए।

वजन (किलो में)	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75
छात्रों की संख्या	2	3	8	6	6	3	2

उत्तर – सतत वर्गीकरण आँकड़ों के लिए माध्यिक भार निर्धारित करने के लिए, हम पहले एक संचयी बारंबारता तालिका बनाते हैं:

वजन अंतराल (किलो में)	बारंबारता (f)	संचयी बारंबारता (cf)
40 – 45	2	2
45 – 50	3	$2 + 3 = 5$
50 – 55	8	$5 + 8 = 13$
55 – 60 (माध्यिक वर्ग)	6	$13 + 6 = 19$
60 – 65	6	$19 + 6 = 25$
65 – 70	3	$25 + 3 = 28$
70 – 75	2	$28 + 2 = 30$



यहाँ, प्रेक्षकों की कुल संख्या $(N) = \sum f = 30$ है।

माध्यिक रैंक मान की गणना करें:

$$\frac{N}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

उस पंक्ति को ढूँढ़ें जहाँ संचयी बारंबारता 15 से ठीक बड़ी या उसके बराबर है। वह मान 19 है, जो **55-60** को हमारे सक्रिय **माध्यिक वर्ग (Median Class)** के रूप में पहचानता है।

इस माध्यिक वर्ग पंक्ति से, गणना के लिए आवश्यक मान ज्ञात करें:

- माध्यिक वर्ग की निम्न सीमा $(l) = 55$
- माध्यिक वर्ग की बारंबारता $(f) = 6$
- माध्यिक वर्ग से ठीक पहले वाले वर्ग की संचयी बारंबारता $(cf) = 13$
- वर्ग अंतराल की माप (चौड़ाई) $(h) = 5$

अब, मानक सतत माध्यिक सूत्र लागू करें:

$$\text{माध्यिक} = l + \left(\frac{\frac{N}{2} - cf}{f} \right) \times h$$

$$\text{माध्यिक} = 55 + \left(\frac{15 - 13}{6} \right) \times 5$$

$$\text{माध्यिक} = 55 + \left(\frac{2}{6} \right) \times 5 = 55 + \frac{5}{3} = 55 + 1.67 = 56.67 \text{ किग्रा}$$

उत्तर: छात्रों का माध्यिक भार (Median Weight) 56.67 किग्रा है।

Q43 - रैखिक समीकरणों के निम्नलिखित निकाय को आलेखीय विधि से हल कीजिए :

$$2x + y - 6 = 0; \quad x - 2y = -2$$

उत्तर - आलेखीय विधि का उपयोग करके रैखिक समीकरणों के निकाय को हल करने के लिए, हम प्रत्येक सीधी रेखा समीकरण के लिए कम से कम दो बिंदु (निर्देशांक) ज्ञात करते हैं।

समीकरण 1 के लिए: $2x + y - 6 = 0 \Rightarrow y = 6 - 2x$

- जब $x = 0$, $y = 6 - 2(0) = 6 \Rightarrow$ बिंदु $A(0,6)$
- जब $x = 3$, $y = 6 - 2(3) = 0 \Rightarrow$ बिंदु $B(3,0)$



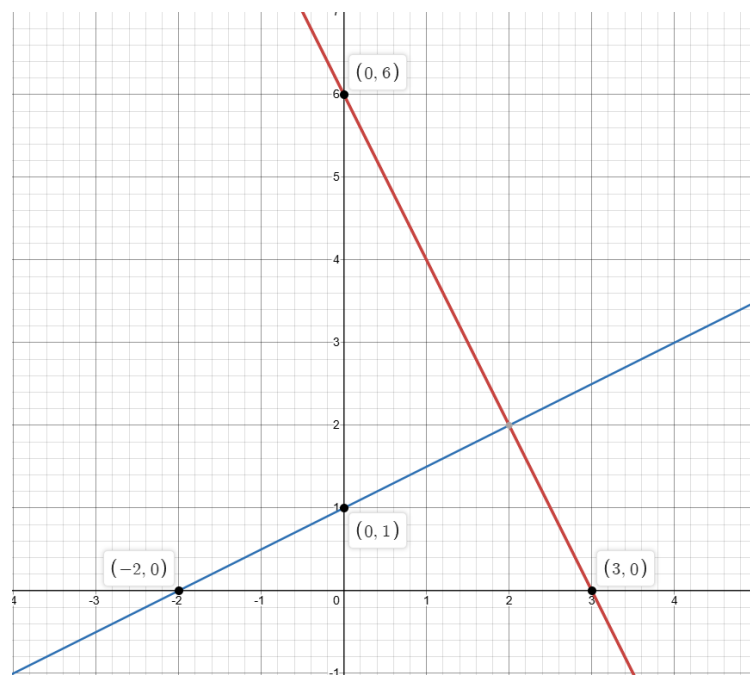
समीकरण 2 के लिए: $x - 2y = -2 \Rightarrow 2y = x + 2 \Rightarrow y = \frac{x+2}{2}$

- जब $x = 0, y = \frac{0+2}{2} = 1 \Rightarrow$ बिंदु $C(0,1)$
- जब $x = -2, y = \frac{-2+2}{2} = 0 \Rightarrow$ बिंदु $D(-2,0)$

निर्देशांकों के लिए तालिकाएँ:

समीकरण 1: $2x+y-6=0$		
x	0	3
y	6	0

समीकरण 2: $x-2y=-2$		
x	0	-2
y	1	0



एक ही ग्राफ पेपर पर दोनों रेखाओं को आलेखित करने पर, हम देखते हैं कि वे एक-दूसरे को ठीक बिंदु $(2,2)$ पर प्रतिच्छेद करती हैं।

उत्तर: रैखिक समीकरण निकाय का आलेखीय हल $x = 2$ and $y = 2$ है।

अथवा

एक आयत का क्षेत्रफल 9 वर्ग इकाई कम हो जाता है, यदि इसकी लंबाई 5 इकाई कम कर दी जाए और चौड़ाई 3 इकाई बढ़ा दी जाए। यदि हम लंबाई 3 इकाई और चौड़ाई 2 इकाई बढ़ा दें, तो क्षेत्रफल 67 वर्ग इकाई बढ़ जाता है। आयत की भुजाएँ ज्ञात कीजिए।

उत्तर - मान लीजिए आयत की मूल लंबाई = x इकाई है और मूल चौड़ाई = y इकाई है।



इसलिए, आयत का मूल क्षेत्रफल $= xy$ वर्ग इकाई होगा।

पहली शर्त के अनुसार:

यदि लंबाई 5 इकाई कम कर दी जाए और चौड़ाई 3 इकाई बढ़ा दी जाए, तो क्षेत्रफल 9 वर्ग इकाई कम हो जाता है।

$$(x - 5)(y + 3) = xy - 9$$

$$xy + 3x - 5y - 15 = xy - 9$$

$$3x - 5y = 15 - 9 \Rightarrow 3x - 5y = 6 \quad \text{--- (समीकरण 1)}$$

दूसरी शर्त के अनुसार:

यदि लंबाई 3 इकाई बढ़ा दी जाए और चौड़ाई 2 इकाई बढ़ा दी जाए, तो क्षेत्रफल 67 वर्ग इकाई बढ़ जाता है।

$$(x + 3)(y + 2) = xy + 67$$

$$xy + 2x + 3y + 6 = xy + 67$$

$$2x + 3y = 67 - 6 \Rightarrow 2x + 3y = 61 \quad \text{--- (समीकरण 2)}$$

अब, हम इस समीकरण निकाय को हल करने के लिए समीकरण 1 को 3 से और समीकरण 2 को 5 से गुणा करते हैं:

- $9x - 15y = 18$
- $10x + 15y = 305$

y को हटाने के लिए दोनों समीकरणों को एक साथ जोड़ने पर:

$$(9x + 10x) + (-15y + 15y) = 18 + 305$$

$$19x = 323 \Rightarrow x = \frac{323}{19} = 17 \text{ इकाई}$$

y का मान ज्ञात करने के लिए $x = 17$ को वापस समीकरण 1 में रखने पर:

$$3(17) - 5y = 6$$

$$51 - 5y = 6 \Rightarrow 5y = 51 - 6$$

$$5y = 45 \Rightarrow y = \frac{45}{5} = 9 \text{ इकाई}$$

उत्तर: आयत की भुजाएँ (विमाएँ) हैं: लंबाई $= 17$ इकाई और चौड़ाई $= 9$ इकाई।

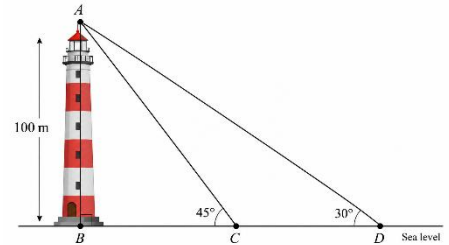


Q44 - समुद्र तल से 100 मीटर ऊँचे लाइट हाउस के शीर्ष से देखने पर, दो जहाजों के अवनमन कोण 30° और 45° हैं। यदि एक जहाज लाइट हाउस के एक ही तरफ से दूसरे जहाज के ठीक पीछे है, तो दोनों जहाजों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। [$\sqrt{3} = 1.732$ का उपयोग कीजिए]

उत्तर - मान लीजिए AB ऊर्ध्वाधर लाइटहाउस है जिसकी ऊँचाई $AB = 100$ मीटर है।

मान लीजिए C और D क्षैतिज रेखा पर दोनों जहाजों की स्थितियों को दर्शाते हैं।

एकांतर अंतःकोणों द्वारा, जहाजों C और D से लाइटहाउस के शीर्ष A के उन्नयन कोण क्रमशः 45° और 30° हैं।



मान लीजिए दूरी $BC = x$ मीटर है और दोनों जहाजों के बीच की दूरी $CD = d$ मीटर है। इस प्रकार, कुल दूरी $BD = (x + d)$ मीटर है।

पहले समकोण त्रिभुज $\triangle ABC$ में:

$$\tan 45^\circ = \frac{\text{लंब}}{\text{आधार}} = \frac{AB}{BC}$$

$$1 = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 100 \text{ मीटर} \quad \text{--- (समीकरण 1)}$$

दूसरे बड़े समकोण त्रिभुज $\triangle ABD$ में:

$$\tan 30^\circ = \frac{\text{लंब}}{\text{आधार}} = \frac{AB}{BD}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{100}{x + d}$$

$$x + d = 100\sqrt{3}$$

इस समीकरण में समीकरण 1 से $x = 100$ का मान रखने पर:

$$100 + d = 100\sqrt{3}$$

$$d = 100\sqrt{3} - 100 = 100(\sqrt{3} - 1)$$

दिया गया मान $\sqrt{3} = 1.732$ रखने पर:

$$d = 100(1.732 - 1) = 100 \times 0.732 = 73.2 \text{ मीटर}$$

उत्तर: दोनों जहाजों के बीच की दूरी 73.2 मीटर है।



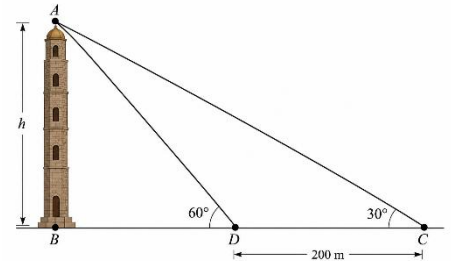
अथवा

सूर्य का उन्नतांश 60° से 30° होने पर समतल जमीन पर खड़ी एक मीनार की छाया 200 मीटर अधिक लम्बी पाई गयी। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। [$\sqrt{3} = 1.73$ लीजिए]

उत्तर - मान लीजिए मीनार की ऊँचाई $AB = h$ मीटर है।

मान लीजिए कि सूर्य का उन्नतांश 60° होने पर छाया की क्षैतिज लंबाई $BD = x$ मीटर है।

प्रश्न के अनुसार, उन्नतांश घटकर 30° होने पर छाया की लंबाई 200 मीटर बढ़ जाती है। इसलिए, $CD = 200$ मीटर और कुल आधार लंबाई $BC = (x + 200)$ मीटर है।



पहले समकोण त्रिभुज $\triangle ABD$ में:

$$\tan 60^\circ = \frac{\text{लंब}}{\text{आधार}} = \frac{AB}{BD}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{x} \Rightarrow x = \frac{h}{\sqrt{3}} \quad \text{--- (समीकरण 1)}$$

दूसरे बड़े समकोण त्रिभुज $\triangle ABC$ में:

$$\tan 30^\circ = \frac{\text{लंब}}{\text{आधार}} = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x + 200}$$

$$x + 200 = h\sqrt{3}$$

इस समीकरण में समीकरण 1 से x का मान रखने पर:

$$\frac{h}{\sqrt{3}} + 200 = h\sqrt{3}$$

भिन्न को हटाने के लिए पूरे समीकरण को $\sqrt{3}$ से गुणा करने पर:

$$h + 200\sqrt{3} = 3h$$

$$200\sqrt{3} = 3h - h$$

$$2h = 200\sqrt{3} \Rightarrow h = 100\sqrt{3} \text{ मीटर}$$



दिया गया मान $\sqrt{3} = 1.73$ रखने पर:

$$h = 100 \times 1.73 = 173 \text{ मीटर}$$

उत्तर: मीनार की ऊँचाई 173 मीटर है।





Thank you!



We hope you found this material helpful. We wish you the very best for your examination.



Strive for Excellence – Your Path to Success