NIOS PYQ's SOLUTIONS

PREVIOUS YEARS' QUESTIONS & ANSWERS

APRIL-2024

Your Path to Success

खंड – अ

Q1 - $x^2 - 5x + 6$ को गुणनखंडों के रूप में इस प्रकार लिखा जा सकता है :

(A) $(x+3)(x-2)$

(B) $(x-3)(x+2)$

(C) $(x+4)(x+2)$

(D) $(x-3)(x-2)$

हल - (D) $(x-3)(x-2)$

अथवा

$9x^2 - y^2$ को गुणनखंडों के रूप में इस प्रकार लिखा जा सकता है :

(A) $(3x+y)(3x-y)$

(B) $(3x+y)^2$

(C) $(3x-y)^2$

(D) $(x-3y)(x+3y)$

हल - (A) $(3x+y)(3x-y)$

Q2 – निम्नलिखित में से कौन-सा रैखिक समीकरण नहीं है ?

(A) $x + 2 = 3x$

(B) $x + y = \sqrt{2} \cdot y + 7$

(C) $x + y^2 = 7 - 2x$

(D) $x - y = 7$

हल - (C) $x + y^2 = 7 - 2x$

अथवा

निम्नलिखित में से कौन-सा द्विघात समीकरण है ?

(A) $2\sqrt{x} - x^2 = 1$

(B) $x^2 - 5x + 2 = 0$

(C) $\sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x}, x \neq 0$

(D) $x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 0$

हल - (B) $x^2 - 5x + 2 = 0$

Q3 - यदि $x+2$, $2x+5$ एवं $4x+8$ एक समांतर श्रेढ़ी में हैं, तो x का मान है :

(A) 0

(B) 2

(C) -2

(D) 1

हल - (A) 0

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

अथवा

समांतर श्रेढ़ी 3, 17, 31, ... 101 के पदों की संख्या है :

(A) 6 **(B) 7**

(C) 8 **(D) 9**

हल - (C) 8

Q4 - यदि द्विघात समीकरण $kx^2 - 12x + 6 = 0$ के मूल वास्तविक तथा समान हैं, तो k का मान है :

(A) -6 **(B) 6**

(C) -4 **(D) 4**

हल - (B) 6

अथवा

यदि द्विघात समीकरण $2x^2 - 3x + 5 = 0$ हैं:

(A) वास्तविक **(B) वास्तविक एवं समान**

(C) वास्तविक एवं असमान **(D) अवास्तविक**

हल - (D) अवास्तविक

Q5 – 3.7 समतुल्य है :

(A) 3.7% **(B) 37%**

(C) 370% **(D) 0.37%**

हल - (C) 370%

अथवा

0.2% को निम्नलिखित में से किस रूप में लिखा जा सकता है ?

(A) 0.2 **(B) 0.02**

(C) 2.0 **(D) 0.002**

हल - (D) 0.002

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

Q6 - शब्द "PERCENTAGE" के कुल अक्षरों का कितने प्रतिशत् अक्षर E हैं ?

(A) 30% **(B) 40%**

(C) 25% **(D) 20%**

हल - (A) 30%

अथवा

यदि 60 को कम करके 45 कर दिया जाए, तो प्रतिशत कमी है :

(A) 40% **(B) 33 1/3%**

(C) 25% **(D) 75%**

हल - (C) 25%

Q7 - एक चक्रीय चतुर्भुज के लिए निम्नलिखित में से कौन-सा कथन सत्य है ?

(A) सम्मुख कोणों में से एक सदैव न्यून कोण होता है।

(B) सम्मुख कोण संपूरक होते हैं।

(C) सम्मुख कोण पूरक होते हैं।

(D) सम्मुख कोणों में से एक सदैव अधिक कोण होता है।

हल - (B) सम्मुख कोण संपूरक होते हैं।

अथवा

अर्धवृत्त में अंतरित कोण होता है :

(A) न्यून कोण **(B) अधिक कोण**

(C) समकोण **(D) सरल कोण**

हल - (D) सरल कोण

Q8 - बिन्दु (3, 4) की x-अक्ष से दूरी (इकाईयों में) है :

(A) 3 **(B) 4**

(C) 5 **(D) 6**

हल - (B) 4

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

अथवा

बिन्दु (4, -5) निम्नलिखित में से किस चतुर्थांश में स्थित है?

(A) प्रथम **(B) द्वितीय**

(C) तृतीय **(D) चतुर्थ**

हल - (D) चतुर्थ

Q9 - किसी वृत्त के अन्तः बिन्दु से उस वृत्त पर खींचे जाने वाली स्पर्श रेखाओं की संख्या है :

(A) 1 **(B) 2**

(C) 4 **(D) 0**

हल - (D) 0

Q10 - किसी समलंब की समांतर भुजाएँ 28 से.मी. और 12 से.मी. हैं। यदि इन समांतर भुजाओं के बीच की दूरी 9 से.मी. है, तो उस समलंब का क्षेत्रफल (वर्ग से.मी. में) है :

(A) 90 **(B) 180**

(C) 360 **(D) 540**

हल - (B) 180

Q11 - त्रिज्या 7 से.मी. के ठोस अर्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल (वर्ग से.मी. में) है :

(A) 154 **(B) 231**

(C) 308 **(D) 462**

हल - (D) 462

Q12 - एक त्रिभुज ABC जिसमें कोण B समकोण है, यदि $AB = 12$ से.मी. और $BC = 5$ से.मी., तो sinC बराबर है :

(A) 5/13 **(B) 13/5**

(C) 12/13 **(D) 13/12**

हल - (C) 12/13

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

Q13 - $cosec^2 67^\circ - tan^2 23^\circ + 1$ का मान है :

(A) -1 **(B) 0**

(C) 1 **(D) 2**

हल - (D) 2

Q14 - यदि $sin\,\theta - cos\theta = 0$, जहाँ $0^\circ < \theta < 90^\circ$ है, तो θ का मान है :

(A) 0° **(B) 30°**

(C) 45° **(D) 60°**

हल - (C) 45°

Q15 - किसी असंभव घटना की प्रायिकता है :

(A) 0 **(B) 1/3**

(C) 1/2 **(D) 1**

हल - (A) 0

Q16 - निम्नलिखित में से कौन केन्द्रीय प्रवृत्ति का मापक नहीं है?

(A) माध्य **(B) माध्यक**

(C) बहुलक **(D) वर्ग चिह्न**

हल - (D) वर्ग चिह्न

Q17 - आँकड़ों 2, 7, 5, 9, 5, 7, 8, 11, 5 का बहुलक है :

(A) 9 **(B) 7**

(C) 5 **(D) 4**

हल - (C) 5

Q18 - रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

(i) $x^3 + 1$ और $x^2 - 1$ का म.स. _______ है।

(ii) $x^3 + 1$ और $x^2 - 1$ का ल.स. _______ है।

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

(iii) $x^3 + 8$ का व्युत्क्रम _______ है।

(iv) $(2x^2 + 5)^2 - (2x^2 - 5)^2 =$ _______

हल - (i) $x + 1$

(ii) $(x - 1)(x^3 + 1)$

(iii) $\frac{1}{x^3+8}$

(iv) $40x^2$

Q19 - स्तंभ - I के कथनों को स्तंभ II के सही विकल्पों के साथ मिलान कीजिए

स्तंभ - I	स्तंभ - II
(i) यदि $x^2 + 5x = 0$, तो x के मान है :	(a) 2, 3
(ii) यदि $x^2 - 5x + 6 = 0$, तो x के मान है :	(b) -2, -3
(iii) यदि $x^2 - 5x = 0$, तो x के मान है :	(c) 0, -5
(iv) यदि $x^2 + 5x + 6 = 0$ तो x के मान है :	(d) 0, 5

हल – (i) यदि $x^2 + 5x = 0$, तो x के मान है : - **(c) 0, -5**

(ii) यदि $x^2 - 5x + 6 = 0$, तो x के मान है : - **(a) 2, 3**

(iii) यदि $x^2 - 5x = 0$, तो x के मान है : - **(d) 0, 5**

(iv) यदि $x^2 + 5x + 6 = 0$ तो x के मान है : - **(b) -2, -3**

Q20 - एक फूलों की क्यारी में, प्रथम पंक्ति में 23, द्वितिय में 21, तृतीय में 19 और इसी प्रकार आगे भी, क्यारियों में गुलाब के पौधे हैं। यदि अंतिम पंक्ति में 5 गुलाब के पौधे हैं तो :

(i) फूलों की क्यारी में पंक्तियों की संख्या _______ है।

(ii) 9वीं पंक्ति में गुलाब के पौधों की संख्या _______ है

हल – (i) 10

(ii) 7

Q21 - किसी विद्यालय के कक्षा X के विद्यार्थी गणित सप्ताह के अन्तर्गत "MATHSBOLA" खेल रहे थे। उनको दो संख्याओं का चयन करने के लिए कहा गया। चुनी हुई संख्याओं में से बड़ी संख्या और छोटी संख्या का अन्तर 5 पाया गया। इस सूचना के आधार पर निम्नलिखित का उत्तर दीजिए :

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

(i) दिये हुए आँकड़ों को दर्शाने वाला दो चरों का रैखिक समीकरण _______ है, जहाँ $x > y$ ।

(ii) यदि छोटी संख्या 36 है, तो बड़ी संख्या _______ है।

हल – (i) $x - y = 5$

(ii) 41

Q22 – रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए:

(i) दो अप्रतिच्छेदी वृत्तों पर खींचे जाने वाली उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाओं की अधिकतम संख्या _______ है।

(ii) वृत्त पर स्थित किसी एक बिन्दु पर _______ स्पर्श रेखा खींची जा सकती हैं।

(iii) किसी वृत्त के एक व्यास के अंतिम बिन्दुओं पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ _______ होती हैं।

(iv) दो विभिन्न बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करने वाले दो वृत्तों पर अधिकतम _______ उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाएँ खींची जा सकती है।

हल – (i) 4

(ii) 1

(iii) समांतर

(iv) 2

Q23 - सही कथन के लिए सत्य और गलत कथन के लिए असत्य लिखिए:

(i) बिन्दु (0,-4) चतुर्थ चतुर्थांश में स्थित है।

(ii) बिन्दु (2,3) की x-अक्ष से 3 इकाई की दूरी है।

(iii) बिन्दुओं (1, 0) एवं (3,2) को मिलाने वाले रेखाखंड का मध्य बिंदु (2,1) है।

(iv) एक वृत्त, जिसका केन्द्र बिन्दु, मूल बिन्दु पर है और जो बिन्दु (2, 3) से गुजरता है, की त्रिज्या $\sqrt{13}$ इकाई है।

हल – (i) असत्य

(ii) सत्य

(iii) असत्य

(iv) सत्य

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

Q24 - रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

(i) PT किसी वृत्त की स्पर्श रेखा और PAB उसी वृत्त की बाह्य बिन्दु P से खींची गयी एक छेदक रेखा है (A तथा B वृत्त पर स्थित हैं)। यदि $PT = 6$ से.मी., $AB = 5$ से.मी. और $PA = x$ से.मी. है, तो x का मान _______ है।

(ii) केन्द्र O के वृत्त पर बिन्दु P से एक स्पर्श रेखा PQ खींची जाती है और QOR वृत्त का एक व्यास इस प्रकार है कि $\angle POR = 120^\circ$ तो ∠OPQ _______ है।

हल – (i) 4

(ii) 30°

Q25 – रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

(i) PQRS एक चक्रीय चतुर्भुज है और भुजा PS को बिन्दु A तक बढ़ाया गया है। यदि $\angle PQR = 80^\circ$, तो ∠ASR _______ है।

(ii) PQRS एक चक्रीय चतुर्भुज है। यदि $\angle R = 78^\circ$ तो ∠P _______ है।

हल – (i) 80°

(ii) 102°

Q26 – रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

(i) यदि $sec\,\theta = \frac{5}{4}$, तो $\frac{tan^2\theta}{1+tan^2\theta}$ का मान _______ है।

(ii) $cosA \cdot sin(90^\circ - A) + sin\,A \cdot cos(90^\circ - A)$ का मान _______ है।

(iii) यदि $cos\theta + sin\,\theta = \sqrt{2} \cdot cos\theta$ तो $\tan\theta$ का मान _______ है।

(iv) $(sec^2 57^\circ - cot^2 33^\circ - tan^2 45^\circ)$ का मान _______ है।

हल – (i) $\frac{9}{25}$

(ii) 1

(iii) $\sqrt{2} - 1$

(iv) 0

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

Q27 – एक डिब्बे में 3 नीले, 4 सफेद और 5 लाल कंचे हैं। यदि डिब्बे में से एक कंचा यादृच्छया निकाला जाता है, तो निम्नलिखित को प्राप्त करने की प्रायिकता क्या है?

(i) सफेद कंचा

(ii) नीला कंचा

(iii) लाल कंचा

(iv) ना तो सफेद और ना ही लाल कंचा

हल – (i) $\frac{1}{3}$

(ii) $\frac{1}{4}$

(iii) $\frac{5}{12}$

(iv) $\frac{1}{4}$

Q28 - एक परिवार के 10 सदस्य किसी पहाड़ी क्षेत्र में घूमने के लिए गए। त्योहारों का समय होने के कारण, उनको शहर में कोई होटल नहीं मिला। मौसम अच्छा था, इसलिए उन्होंने एक पार्क में शंक्वाकार टैण्ट लगाने का निर्णय लिया। उन्होंने 6 मीटर ऊँचा और 8 मीटर त्रिज्या का एक टैण्ट बनाया।

(i) टैण्ट की तिर्यक ऊँचाई कितनी थी ?

(ii) टैण्ट की ऊँचाई और तिर्यक ऊँचाई का अनुपात क्या था ?

(iii) टैण्ट को बनाने के लिए कितना कपड़ा उपयोग किया गया ?

(iv) टैण्ट के फर्श के लिए कितना कपड़ा उपयोग किया गया ?

(v) टैण्ट का आयतन कितना था ?

(vi) टैण्ट को बनाने में उपयोग किए गए कुल कपड़े का मूल्य ₹ 70 प्रति वर्ग मीटर की दर से कितना था ?

(vii) यदि टैण्ट के फर्श पर परिवार के सदस्यों ने अपनी बैडशीट बिछा ली होती, तो कितने धन की बचत होती थी?

हल – (i) $10\ m$

(ii) $3:5$

(iii) $251.4\ m^2$

(iv) $201.1\ m^2$

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

(v) $402.3\ m^3$

(vi) ₹17,600

(vii) ₹14,080

खंड – ब

Q29 - किसी समांतर श्रेढ़ी का प्रथम पद -2 और सार्वअन्तर 5 है। उस श्रेढ़ी का 10वाँ पद एवं प्रथम 10 पदों का योग ज्ञात कीजिए।

हल – यहाँ दिया गया है:

- प्रथम पद $(a) = -2$
- सार्वअन्तर $(d) = 5$
- पदों की संख्या $(n) = 10$

(i) **10वाँ पद (t_{10}) ज्ञात करने के लिए:**

समांतर श्रेढ़ी के nवें पद का सूत्र होता है:

$$t_n = a + (n-1)d$$

दिए गए मानों को सूत्र में रखने पर:

$$t_{10} = -2 + (10-1)5$$

$$t_{10} = -2 + 9 \times 5$$

$$t_{10} = -2 + 45$$

$$t_{10} = 43$$

(ii) **प्रथम 10 पदों का योग (S_{10}) ज्ञात करने के लिए:**

योग का सूत्र होता है:

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

मान रखने पर:

$$S_{10} = \frac{10}{2}[2(-2) + (10-1)5]$$

$$S_{10} = 5[-4 + 9 \times 5]$$

$$S_{10} = 5[-4 + 45]$$

$$S_{10} = 5 \times 41$$

$$S_{10} = 205$$

उत्तर: समांतर श्रेढ़ी का 10वाँ पद **43** है और प्रथम 10 पदों का योग **205** है।

अथवा

एक समांतर श्रेढ़ी का 5वाँ पद 23 और 12वाँ पद 37 है। उस श्रेढ़ी का प्रथम पद एवं सार्वअन्तर ज्ञात कीजिए।

हल – यहाँ दिया गया है:

5वाँ पद (t_5) = 23

12वाँ पद (t_{12}) = 37

सूत्र $t_n = a + (n-1)d$ का उपयोग करके हम दो रैखिक समीकरण बना सकते हैं: 5वें पद के लिए:

$$a + (5-1)d = 23 \Rightarrow a + 4d = 23 \quad \text{--- (समीकरण 1)}$$

12वें पद के लिए:

$$a + (12-1)d = 37 \Rightarrow a + 11d = 37 \quad \text{--- (समीकरण 2)}$$

समीकरण 2 में से समीकरण 1 को घटाने पर a का विलोपन हो जाता है:

$$(a + 11d) - (a + 4d) = 37 - 23$$

$$7d = 14$$

$$d = \frac{14}{7} = 2$$

अब d का मान समीकरण 1 में रखने पर:

$$a + 4(2) = 23$$

$$a + 8 = 23$$

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

$$a = 23 - 8$$

$$a = 15$$

उत्तर: श्रेढ़ी का प्रथम पद **15** है और सार्वअन्तर **2** है।

Q30 - 25 वस्तुओं का क्रय मूल्य 20 वस्तुओं के विक्रय मूल्य के समान है। हानि अथवा लाभ प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

हल – माना कि 1 वस्तु का क्रय मूल्य (C.P.) = ₹ 1 है।

तो, 20 वस्तुओं का क्रय मूल्य = ₹ 20 होगा।

प्रश्न के अनुसार, 20 वस्तुओं का विक्रय मूल्य (S.P.), 25 वस्तुओं के क्रय मूल्य के बराबर है।

इसलिए, 20 वस्तुओं का विक्रय मूल्य = ₹ 25 होगा।

चूंकि विक्रय मूल्य (₹ 25) क्रय मूल्य (₹ 20) से अधिक है, इसलिए यहाँ लाभ होगा।

$$\text{लाभ (Gain)} = \text{विक्रय मूल्य} - \text{क्रय मूल्य}$$

$$\text{लाभ} = 25 - 20 = ₹\ 5$$

लाभ प्रतिशत ज्ञात करने का सूत्र:

$$\text{लाभ प्रतिशत (Gain \%)} = \left(\frac{\text{लाभ}}{\text{क्रय मूल्य}}\right) \times 100\%$$

$$\text{लाभ प्रतिशत} = \left(\frac{5}{20}\right) \times 100\%$$

$$\text{लाभ प्रतिशत} = \frac{1}{4} \times 100\% = 25\%$$

उत्तर: लाभ प्रतिशत **25%** है।

अथवा

एक दुकानदार अपने माल का अंकित मूल्य उनके क्रय मूल्य से 20% अधिक रखता है और 10% बट्टा देता है। उसका लाभ अथवा हानि प्रतिशत् ज्ञात कीजिए।

हल – माना कि माल का क्रय मूल्य (C.P.) = ₹ 100 है।

दुकानदार अंकित मूल्य को क्रय मूल्य से 20% अधिक रखता है।

$$\text{अंकित मूल्य (M.P.)} = 100 + 100 \text{ का } 20\% = ₹\ 120$$

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

अब, वह अंकित मूल्य पर 10% की छूट देता है। (छूट हमेशा अंकित मूल्य पर दी जाती है)।

$$\text{छूट (Discount)} = 120 \text{ का } 10\% = \frac{10}{100} \times 120 = ₹\ 12$$

$$\text{विक्रय मूल्य (S.P.)} = \text{अंकित मूल्य} - \text{छूट}$$

$$\text{विक्रय मूल्य} = 120 - 12 = ₹\ 108$$

चूंकि विक्रय मूल्य (₹ 108) क्रय मूल्य (₹ 100) से अधिक है, इसलिए लाभ होगा।

$$\text{लाभ} = \text{विक्रय मूल्य} - \text{क्रय मूल्य} = 108 - 100 = ₹\ 8$$

चूंकि गणना ₹ 100 के मूल आधार पर है, इसलिए ₹ 8 का लाभ सीधे 8% लाभ में बदल जाता है।

उत्तर: दुकानदार को **8%** का लाभ होता है।

Q31 - एक मेज ₹7,500 तुरंत भुगतान तथा 6 माह पश्चात् ₹4,360 देकर खरीदी गई। यदि लिए गए ब्याज की दर 18% वार्षिक है, तो मेज का नकद मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल – माना कि मेज का कुल नकद मूल्य = ₹ x है।

तुरंत भुगतान (कैश डाउन पेमेंट) = ₹ 7,500

6 महीने बाद चुकाई गई राशि (A) = ₹ 4,360

समय (T) = 6 महीने = $\frac{6}{12} = 0.5$

वर्ष ब्याज की दर (R) = 18% वार्षिक

मेज पर तुरंत भुगतान के बाद बची हुई मूलधन राशि (P) = $(x - 7500)$

इस बची हुई राशि पर 6 महीने के लिए साधारण ब्याज लगता है, जिससे यह ₹ 4,360 हो जाती है। साधारण ब्याज के अंतर्गत मिश्रधन का सूत्र है: $A = P + \frac{P \times R \times T}{100}$

सूत्र में मान रखने पर:

$$4360 = P + \frac{P \times 18 \times 0.5}{100}$$

$$4360 = P + \frac{9P}{100}$$

$$4360 = \frac{109P}{100}$$

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

अब P के लिए हल करने पर:

$$109P = 4360 \times 100$$

$$109P = 436000$$

$$P = \frac{436000}{109} = 4000$$

बची हुई मूलधन राशि ₹ 4,000 थी।

$$\text{मेज का नकद मूल्य} = \text{तुरंत भुगतान} + \text{शेष मूलधन राशि (P)}$$

$$\text{नकद मूल्य} = 7500 + 4000 = 11500$$

उत्तर: मेज का नकद मूल्य **₹ 11,500** है।

अथवा

एक टेलीविजन ₹20,000 नकद मूल्य अथवा ₹ 5,000 तुरन्त भुगतान और इसके साथ 4 महीने पश्चात् ₹ 15,500 के भुगतान पर उपलब्ध है। इस किस्त योजना के अन्तर्गत लिए गए ब्याज की वार्षिक दर ज्ञात कीजिए।

हल – दिया है :

- टेलीविजन का नकद मूल्य = ₹ 20,000
- तुरंत भुगतान (डाउन पेमेंट) = ₹ 5,000
- 4 महीने बाद दी गई किस्त (A) = ₹ 15,500
- समय (T) = 4 महीने = $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ वर्ष

सबसे पहले, हम वह शेष मूलधन (P) ज्ञात करते हैं जिस पर किस्त तय की गई:

$$P = \text{नकद मूल्य} - \text{तुरंत भुगतान}$$

$$P = 20000 - 5000 = 15000$$

भुगतान किया गया कुल ब्याज (I), अंतिम चुकाई गई राशि और शेष मूलधन का अंतर होता है:

$$I = A - P$$

$$I = 15500 - 15000 = 500$$

अब, ब्याज की दर (R) ज्ञात करने के लिए साधारण ब्याज सूत्र $I = \frac{P \times R \times T}{100}$ का उपयोग करते हैं:

$$500 = \frac{15000 \times R \times \left(\frac{1}{3}\right)}{100}$$

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

$$500 = \frac{5000 \times R}{100}$$

$$500 = 50R$$

$$R = \frac{500}{50} = 10$$

उत्तर: किस्त योजना के अंतर्गत ब्याज की दर **10% वार्षिक** है।

Q32 - उस त्रिभुज का केन्द्रक ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष (5, 1), (3, -2) तथा (1, 7) है।

हल – दिया है :

त्रिभुज के दिए गए शीर्ष हैं:

$$(x_1, y_1) = (5,1), \quad (x_2, y_2) = (3,-2), \quad (x_3, y_3) = (1,7)$$

त्रिभुज के केंद्रक के निर्देशांक ज्ञात करने का सूत्र है:

$$\text{केंद्रक} = \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$$

सूत्र में मान रखने पर:

$$x\text{-निर्देशांक} = \frac{5 + 3 + 1}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

$$y\text{-निर्देशांक} = \frac{1 + (-2) + 7}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

उत्तर: त्रिभुज का केंद्रक **(3, 2)** है।

अथवा

उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं (1, 2) तथा (4, 7) को मिलाने वाले रेखाखंड को 1:2 के अन्तः अनुपात में विभाजित करता है।

हल - दिए गए बिन्दु हैं: $(x_1, y_1) = (1,2)$ और $(x_2, y_2) = (4,7)$

अनुपात $(m:n) = 1:2$

बिन्दु को आंतरिक रूप से विभाजित करने के लिए विभाजन सूत्र (Section Formula) का उपयोग करते हैं:

$$\text{निर्देशांक} = \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m + n}, \frac{my_2 + ny_1}{m + n}\right)$$

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

मान रखने पर:

$$x\text{-निर्देशांक} = \frac{1(4)+2(1)}{1+2} = \frac{4+2}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$$y\text{-निर्देशांक} = \frac{1(7)+2(2)}{1+2} = \frac{7+4}{3} = \frac{11}{3}$$

उत्तर: अभीष्ट बिन्दु के निर्देशांक $\left(2, \frac{11}{3}\right)$ हैं।

Q33 - x-अक्ष पर एक ऐसा बिन्दु ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं (7, 6) तथा (-3, 4) से समदूरस्थ हो।

हल - हम जानते हैं कि x-अक्ष पर स्थित किसी भी बिन्दु का y-निर्देशांक हमेशा 0 होता है।

माना कि वह अभीष्ट बिन्दु $P(x, 0)$ है।

मान लेते हैं कि दिए गए बिन्दु $A(7,6)$ और $B(-3,4)$ हैं।

चूंकि बिन्दु P, बिन्दुओं A and B से समान दूरी पर है (समदूरस्थ), इसलिए दूरी $PA = PB$ होगी।

दूरी सूत्र $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ का उपयोग करने पर:

$$\sqrt{(x-7)^2 + (0-6)^2} = \sqrt{\left(x-(-3)\right)^2 + (0-4)^2}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर (जिससे वर्गमूल हट जाए):

$$(x-7)^2 + (-6)^2 = (x+3)^2 + (-4)^2$$

वर्गों का विस्तार करने पर:

$$(x^2 - 14x + 49) + 36 = (x^2 + 6x + 9) + 16$$

$$x^2 - 14x + 85 = x^2 + 6x + 25$$

दोनों पक्षों से x^2 को काटने और x वाले पदों को एक साथ करने पर:

$$85 - 25 = 6x + 14x$$

$$60 = 20x$$

$$x = \frac{60}{20} = 3$$

उत्तर: x-अक्ष पर स्थित अभीष्ट बिन्दु **(3, 0)** है।

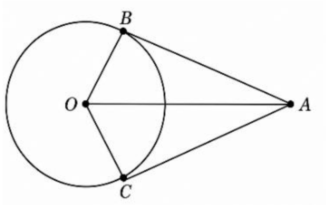
All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

Q34 - AB तथा AC, एक बाह्य बिन्दु A से O केन्द्र वाले वृत्त की स्पर्श रेखाएँ हैं। यदि $\angle BAC = 50^\circ$ है तो ∠BOC ज्ञात कीजिए।

हल – हम जानते हैं कि स्पर्श बिन्दु से होकर जाने वाली त्रिज्या, स्पर्श रेखा पर लम्ब होती है।

इसलिए, स्पर्श रेखाओं और त्रिज्याओं के बीच बनने वाले कोण 90° होते हैं।

$$\angle OBA = 90^\circ \quad \text{और} \quad \angle OCA = 90^\circ$$



अब चतुर्भुज ABOC पर विचार करें। किसी भी चतुर्भुज के सभी आंतरिक कोणों का योग 360° होता है।

$$\angle BAC + \angle OBA + \angle OCA + \angle BOC = 360^\circ$$

$$50^\circ + 90^\circ + 90^\circ + \angle BOC = 360^\circ$$

$$230^\circ + \angle BOC = 360^\circ$$

$$\angle BOC = 360^\circ - 230^\circ$$

$$\angle BOC = 130^\circ$$

उत्तर: कोण $\angle BOC$ का मान 130° है।

Q35 - 01.01.2021 को एक कार का मूल्य ₹8,72,000 था। यदि प्रथम वर्ष में इसके मूल्य में 20% का अवमूल्यन और फिर अगले वर्षों में प्रत्येक वर्ष में 10% का अवमूल्यन होता है, तो 31.12.2023 को कार का मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल – दिया है :

- कार का प्रारंभिक मूल्य (V_0) = ₹ 8,72,000
- प्रथम वर्ष में अवमूल्यन की दर (r_1) = 20%
- द्वितीय वर्ष में अवमूल्यन की दर (r_2) = 10%
- तृतीय वर्ष में अवमूल्यन की दर (r_3) = 10%
- कुल समय अवधि = 3 वर्ष (01.01.2021 से 31.12.2023 तक)

जब अवमूल्यन की दरें अलग-अलग वर्षों में अलग-अलग हों, तो अंतिम मूल्य (V_3) ज्ञात करने का सूत्र है:

$$V_3 = V_0 \times \left(1 - \frac{r_1}{100}\right) \times \left(1 - \frac{r_2}{100}\right) \times \left(1 - \frac{r_3}{100}\right)$$

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

सूत्र में मान रखने पर:

$$V_3 = 872000 \times \left(1 - \frac{20}{100}\right) \times \left(1 - \frac{10}{100}\right) \times \left(1 - \frac{10}{100}\right)$$

$$V_3 = 872000 \times (1 - 0.20) \times (1 - 0.10) \times (1 - 0.10)$$

$$V_3 = 872000 \times 0.80 \times 0.90 \times 0.90$$

$$V_3 = 872000 \times 0.648$$

$$V_3 = 565056$$

उत्तर: 31.12.2023 को कार का मूल्य **₹ 5,65,056** होगा।

Q36 - निम्नलिखित आँकड़ों का माध्यक ज्ञात कीजिए :

xi	5	10	15	20	25
fi	3	7	12	20	28

हल – वर्गीकृत/असतत आवृत्ति वितरण का माध्यक ज्ञात करने के लिए, हम सबसे पहले संचयी आवृत्ति (Cumulative Frequency - CF) सारणी बनाते हैं।

पद (xi)	आवृत्ति (f_i)	**संचयी आवृत्ति (*CF*)**
5	3	3
10	7	$3 + 7 = 10$
15	12	$10 + 12 = 22$
20	20	$22 + 20 = 42$
25	28	$42 + 28 = 70$

कुल प्रेक्षणों की संख्या $N = \sum f_i = 70$

माध्यक का स्थान निर्धारित करने के लिए $\frac{N}{2}$ की गणना करते हैं:

$$\frac{N}{2} = \frac{70}{2} = 35$$

अब, सारणी में वह संचयी आवृत्ति (CF) देखते हैं जो 35 से ठीक बड़ी या उसके बराबर हो। यहाँ 35 से ठीक बड़ी संचयी आवृत्ति 42 है। संचयी आवृत्ति 42 के संगत पद का मान (x_i) 20 है।

उत्तर: दिए गए आँकड़ों का माध्यक **20** है।

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

Q37 - 9 प्रेक्षणों का माध्य 35 है। बाद में पता चला कि एक प्रेक्षण 81 गलती से 18 पढ़ लिया गया था। प्रेक्षणों का सही माध्य ज्ञात कीजिए।

हल – प्रेक्षणों की कुल संख्या = 9

गलत माध्य = 35

सभी 9 प्रेक्षणों का गलत योगफल ज्ञात करने के लिए माध्य को प्रेक्षणों की संख्या से गुणा करते हैं:

$$\text{गलत योगफल} = 35 \times 9 = 315$$

सही योगफल ज्ञात करने के लिए, हम गलत पढ़े गए मान (18) को घटाएंगे और सही मान (81) को जोड़ेंगे:

$$\text{सही योगफल} = \text{गलत योगफल} - \text{गलत मान} + \text{सही मान}$$

$$\text{सही योगफल} = 315 - 18 + 81$$

$$\text{सही योगफल} = 297 + 81 = 378$$

अब, सही योगफल को कुल प्रेक्षणों की संख्या (9) से भाग देकर नया सही माध्य ज्ञात करते हैं:

$$\text{सही माध्य} = \frac{\text{सही योगफल}}{9}$$

$$\text{सही माध्य} = \frac{378}{9} = 42$$

उत्तर: प्रेक्षणों का सही माध्य **42** है।

Q38 - दो क्रमागत विषम प्राकृत संख्याओं के वर्गों का योग 130 है। संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

हल – माना कि पहली विषम प्राकृत संख्या = x है।

चूंकि दो विषम संख्याओं के बीच 2 का अंतर होता है, इसलिए अगली क्रमागत विषम प्राकृत संख्या = $(x + 2)$ होगी।

प्रश्न के अनुसार, इनके वर्गों का योग 130 है। इसके आधार पर द्विघात समीकरण बनाने पर:

$$x^2 + (x + 2)^2 = 130$$

वर्ग का विस्तार करने पर:

$$x^2 + (x^2 + 4x + 4) = 130$$

$$2x^2 + 4x + 4 = 130$$

$$2x^2 + 4x - 126 = 0$$

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

समीकरण को सरल करने के लिए दोनों पक्षों को 2 से भाग देने पर:

$$x^2 + 2x - 63 = 0$$

अब मध्य पद को तोड़कर इस द्विघात समीकरण का गुणनखंड करते हैं। हमें ऐसी दो संख्याएँ चाहिए जिनका गुणा करने पर -63 और जोड़ने पर 2 आए। वे संख्याएँ 9 और -7 हैं।

$$x^2 + 9x - 7x - 63 = 0$$

$$x(x+9) - 7(x+9) = 0$$

$$(x-7)(x+9) = 0$$

इससे x के दो संभावित मान मिलते हैं:

$$x = 7 \quad \text{या} \quad x = -9$$

चूंकि प्रश्न में *प्राकृत संख्या* कहा गया है, जो हमेशा धनात्मक होती है, इसलिए हम $x = -9$ को छोड़ देते हैं। अतः, पहली संख्या $x = 7$ है। दूसरी क्रमागत संख्या = $x + 2 = 7 + 2 = 9$।

उत्तर: वे दो क्रमागत विषम प्राकृत संख्याएँ **7 और 9** हैं।

अथवा

एक मेज और 3 कुर्सियों का मूल्य ₹3,000 है जबकि 2 मेजों और एक कुर्सी का मूल्य ₹3,750 है। एक मेज एवं 1 कुर्सी का मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल – माना कि एक मेज का मूल्य = ₹ t है।

माना कि एक कुर्सी का मूल्य = ₹ c है।

दी गई शर्तों के अनुसार रैखिक समीकरण युग्म बनाने पर:

शर्त 1: एक मेज और 3 कुर्सियों का मूल्य ₹ 3,000 है।

$$t + 3c = 3000 \quad \text{--- (समीकरण 1)}$$

शर्त 2: दो मेज और एक कुर्सी का मूल्य ₹ 3,750 है।

$$2t + c = 3750 \quad \text{--- (समीकरण 2)}$$

समीकरण 1 से t का मान c के पदों में निकालने पर:

$$t = 3000 - 3c$$

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

t के इस मान को समीकरण 2 में प्रतिस्थापित करने पर:

$$2(3000 - 3c) + c = 3750$$

$$6000 - 6c + c = 3750$$

$$6000 - 5c = 3750$$

$$5c = 6000 - 3750$$

$$5c = 2250$$

$$c = 450$$

अब $c = 450$ का मान $t = 3000 - 3c$ में रखने पर:

$$t = 3000 - 3(450)$$

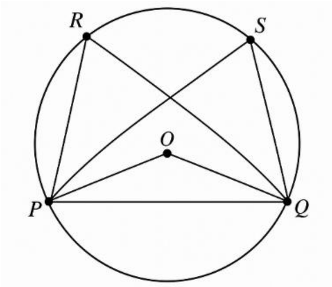
$$t = 3000 - 1350$$

$$t = 1650$$

उत्तर: एक मेज का मूल्य **₹ 1,650** तथा एक कुर्सी का मूल्य **₹ 450** है।

Q39 - सिद्ध कीजिए कि एक वृत्तखण्ड में अंतर्गत कोण समान होते हैं।

हल – दिया गया है:



केंद्र O वाला एक वृत्त और उसके कोण ∠PRQ और ∠PSQ एक ही रेखाखंड में स्थित हैं जो जीवा PQ (या चाप PAQ) द्वारा निर्मित है।

सिद्ध करना है: ∠PRQ = ∠PSQ

उपपत्ति:

1. माना कि O केन्द्र वाला एक वृत्त है। वृत्त की एक जीवा PQ है जो एक चाप PAQ बनाती है। वृत्त के एक ही वृत्तखंड (शेष भाग) पर दो बिंदु R और S स्थित हैं।

2. इन बिन्दुओं पर चाप PAQ द्वारा अंतरित कोण क्रमशः $\angle PRQ$ और $\angle PSQ$ हैं। हमें सिद्ध करना है कि $\angle PRQ = \angle PSQ$।

3. केंद्र O को बिन्दुओं P और Q से मिलाएँ। चाप PAQ द्वारा केंद्र पर अंतरित कोण $\angle POQ$ है।

4. वृत्त के प्रमेय के अनुसार, वृत्त के किसी चाप द्वारा केंद्र पर अंतरित कोण, उसके द्वारा वृत्त के शेष भाग के किसी बिंदु पर अंतरित कोण का दुगुना होता है।

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

5. अतः, बिंदु R पर बने कोण के लिए:

$$\angle POQ = 2\angle PRQ \quad \text{--- (समीकरण 1)}$$

6. इसी प्रकार, बिंदु S पर बने कोण के लिए:

$$\angle POQ = 2\angle PSQ \quad \text{--- (समीकरण 2)}$$

7. समीकरण 1 और समीकरण 2 की तुलना करने पर (क्योंकि दोनों $\angle POQ$ के बराबर हैं):

$$2\angle PRQ = 2\angle PSQ$$

8. दोनों पक्षों को 2 से भाग देने पर:

$$\angle PRQ = \angle PSQ$$

निष्कर्ष: अतः सिद्ध होता है कि एक ही वृत्तखण्ड में बने कोण समान होते हैं।

Q40 - निम्नलिखित रैखिक समीकरण निकाय को आलेखीय विधि से हल कीजिए।

$\boldsymbol{x + y = 5}$

$\boldsymbol{x - y = 3}$

हल - समीकरणों को आलेख (ग्राफ) पर प्रदर्शित करने के लिए हमें प्रत्येक समीकरण के लिए कम से कम दो बिन्दुओं (निर्देशांकों) की आवश्यकता होगी।

पहले समीकरण के लिए: $x + y = 5 \Rightarrow y = 5 - x$

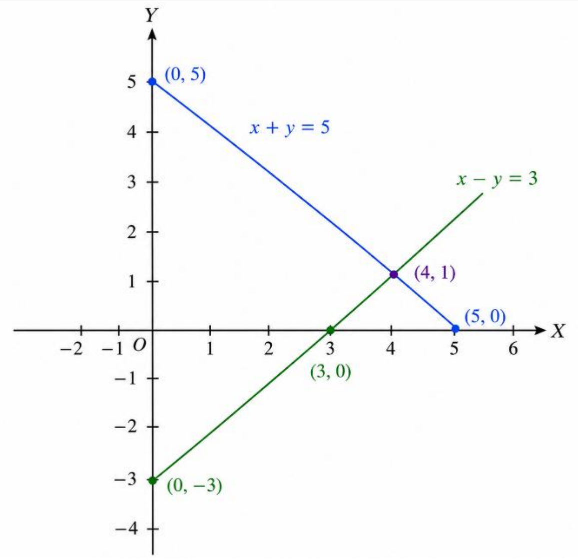
- यदि $x = 0$ रखें, तो $y = 5 - 0 = 5$ होगा। बिन्दु: $(0,5)$
- यदि $x = 5$ रखें, तो $y = 5 - 5 = 0$ होगा। बिन्दु: $(5,0)$

दूसरे समीकरण के लिए: $x - y = 3 \Rightarrow y = x - 3$

- यदि $x = 0$ रखें, तो $y = 0 - 3 = -3$ होगा। बिन्दु: $(0, -3)$
- यदि $x = 3$ रखें, तो $y = 3 - 3 = 0$ होगा। बिन्दु: $(3,0)$

जब इन दोनों रेखाओं को ग्राफ पेपर पर खींचा जाता है, तो वे परस्पर एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद (काटती) करती हैं। यह प्रतिच्छेदन बिन्दु ही इस समीकरण निकाय का हल होता है।

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/



ग्राफ के अनुसार, दोनों रेखाएँ स्पष्ट रूप से बिन्दु **(4, 1)** पर काटती हैं, जहाँ x-निर्देशांक 4 और y-निर्देशांक 1 है। (सत्यापन: $4 + 1 = 5$ और $4 - 1 = 3$)।

उत्तर: आलेखीय विधि से समीकरण निकाय का हल $x = 4, y = 1$ है।

Q41 - एक किसान ₹7,000 प्रति वर्ग मीटर की दर से एक वृत्ताकार खेत को ₹ 31,68,000 में खरीदता है। ₹ 140 प्रति मीटर की दर से खेत के चारों ओर कटीले तार की बाड़ लगवाने का मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल – सबसे पहले, हम वृत्ताकार खेत का क्षेत्रफल ज्ञात करेंगे।

खेत का कुल मूल्य = ₹ 31,68,000

खेत की दर = ₹ 7,000 प्रति वर्ग मीटर

$$\text{क्षेत्रफल (Area)} = \frac{\text{कुल मूल्य}}{\text{प्रति वर्ग मीटर दर}}$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{3168000}{7000} = \frac{3168}{7} \text{ वर्ग मीटर}$$

वृत्ताकार खेत का क्षेत्रफल सूत्र πr^2 होता है। यहाँ $\pi = \frac{22}{7}$ रखने पर:

$$\frac{22}{7} \times r^2 = \frac{3168}{7}$$

$$22 \times r^2 = 3168$$

$$r^2 = \frac{3168}{22}$$

$$r^2 = 144$$

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

$$r = 12 \text{ मीटर}$$

खेत की त्रिज्या (r) 12 मीटर है।

बाड़ (fencing) की लंबाई ज्ञात करने के लिए हमें वृत्त की परिधि ज्ञात करनी होगी।

$$\text{वृत्त की परिधि} = 2\pi r$$

$$\text{परिधि} = 2 \times \frac{22}{7} \times 12 = \frac{528}{7} \text{ मीटर}$$

अब, ₹ 140 प्रति मीटर की दर से बाड़ लगाने का कुल मूल्य ज्ञात करते हैं:

$$\text{बाड़ लगाने का मूल्य} = \text{परिधि} \times \text{प्रति मीटर दर}$$

$$\text{बाड़ लगाने का मूल्य} = \frac{528}{7} \times 140$$

$$\text{बाड़ लगाने का मूल्य} = 528 \times 20$$

$$\text{बाड़ लगाने का मूल्य} = 10560$$

उत्तर: कटीले तार की बाड़ लगवाने का कुल मूल्य **₹ 10,560** है।

Q42 - एक पासा एक बार उछाला जाता है। निम्नलिखित को प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए :

(i) 4 से बड़ी एक संख्या

(ii) एक सम संख्या

(iii) एक अभाज्य संख्या

हल – जब एक पासे को एक बार उछाला जाता है, तो कुल संभावित परिणाम $\{1,2,3,4,5,6\}$ होते हैं।

संभावित परिणामों की कुल संख्या = 6।

(i) 4 से बड़ी संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता:

पासे पर 4 से बड़ी संख्याएँ $\{5,6\}$ हैं। अनुकूल परिणामों की संख्या = 2।

$$\text{प्रायिकता} = \frac{\text{अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल परिणाम}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(ii) एक सम संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता:

पासे पर सम संख्याएँ $\{2,4,6\}$ हैं। अनुकूल परिणामों की संख्या = 3।

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

$$\text{प्रायिकता} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(iii) एक अभाज्य संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता:

पासे पर अभाज्य संख्याएँ {2,3,5} हैं। (नोट: 1 न तो अभाज्य है और न ही भाज्य)। अनुकूल परिणामों की संख्या = 3।

$$\text{प्रायिकता} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

अथवा

अच्छी तरह से फेंटी गई ताश खेलने के 52 पत्तों की गड्डी में से एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है। निम्नलिखित को प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए :

(i) एक तस्वीर वाला पत्ता

(ii) एक ईंट का पत्ता

(iii) एक हुकुम की बेगम

हल – ताश की गड्डी में पत्तों की कुल संख्या = 52।

(i) एक तस्वीर वाले (Face card) पत्ते की प्रायिकता:

प्रत्येक समूह (सूट) में 3 तस्वीर वाले पत्ते (गुलाम, बेगम, बादशाह) होते हैं। कुल 4 समूह होते हैं, इसलिए तस्वीर वाले पत्तों की कुल संख्या = 3 × 4 = 12।

$$\text{प्रायिकता} = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$$

(ii) एक ईंट के पत्ते की प्रायिकता:

ताश की गड्डी में ईंट (Diamond) के कुल 13 पत्ते होते हैं।

$$\text{प्रायिकता} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

(iii) हुकुम की बेगम प्राप्त करने की प्रायिकता:

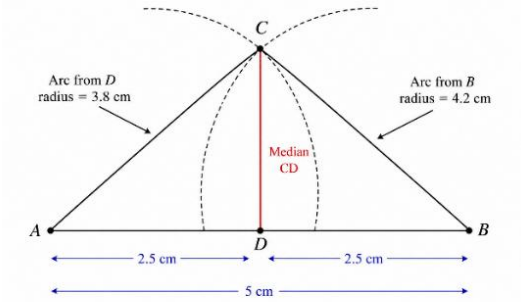
पूरी गड्डी में हुकुम की बेगम (Queen of Spades) केवल 1 ही होती है।

$$\text{प्रायिकता} = \frac{1}{52}$$

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

Q43 - एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसमें $AB = 5$ से.मी., $BC = 4.2$ से.मी. और माध्यिका $CD = 3.8$ से.मी.।

हल –



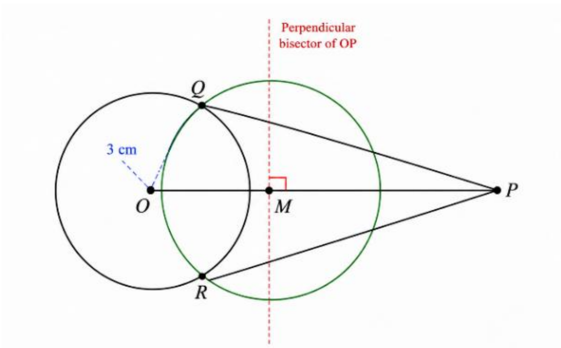
रचना के चरण:

1. पटरी की सहायता से एक क्षैतिज रेखाखंड $AB = 5$ सेमी खींचिए।
2. रेखाखंड AB का लंब समद्विभाजक खींचकर उसका मध्य बिंदु D ज्ञात कीजिए। इससे $AD = 2.5$ सेमी और $DB = 2.5$ सेमी प्राप्त होगा।
3. प्रकार को 3.8 सेमी (माध्यिका CD की लंबाई) की त्रिज्या पर खोलकर, उसका नुकीला सिरा बिंदु D पर रखकर रेखा के ऊपर एक चाप लगाइए।
4. इसके बाद, प्रकार को 4.2 सेमी (भुजा BC की लंबाई) की त्रिज्या पर खोलकर, नुकीला सिरा बिंदु B पर रखकर दूसरा चाप लगाइए जो पहले चाप को काटता हो।
5. दोनों चापों के प्रतिच्छेदन बिंदु को C नाम दीजिए।
6. पटरी की सहायता से बिंदु C को बिंदु A से और बिंदु C को बिंदु B से मिला दीजिए। इस प्रकार $\triangle ABC$ अभीष्ट त्रिभुज है।

अथवा

3 से.मी. त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए। वृत्त के बाहर स्थित किसी बिन्दु P से वृत्त की दो स्पर्श रेखाएँ PQ तथा PR खींचिए।

हल –



All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

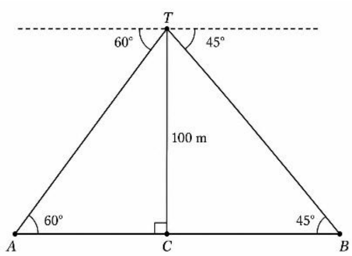
रचना के चरण:

1. प्रकार को 3 सेमी खोलकर केंद्र O वाला एक वृत्त खींचिए।
2. वृत्त के बाहर कहीं भी एक बिंदु P लीजिए और O को P से मिलाकर रेखाखंड OP बनाइए।
3. रेखाखंड OP का लंब समद्विभाजक खींचिए ताकि उसका मध्य बिंदु प्राप्त हो सके, इसे M नाम दीजिए।
4. प्रकार का नुकीला सिरा बिंदु M पर रखिए और त्रिज्या को MO (या MP) के बराबर सेट करके एक नया वृत्त खींचिए।
5. यह नया वृत्त मूल 3 सेमी वाले वृत्त को दो बिन्दुओं पर काटेगा। इन प्रतिच्छेदन बिन्दुओं को क्रमशः Q और R नाम दीजिए।
6. पटरी की सहायता से बिंदु P को Q से और बिंदु P को R से मिलाने वाली सीधी रेखाएँ खींचिए। इस प्रकार, PQ और PR बाह्य बिंदु P से वृत्त पर खींची गई अभीष्ट स्पर्श रेखाएँ हैं।

Q44 - 100 मीटर ऊँची मीनार के शीर्ष बिन्दु से, मीनार की अभिमुख दिशाओं में दो कारों के अवनमन कोण क्रमशः 60° एवं 45° पाए जाते हैं। कारों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। $(\sqrt{3} = 1.732)$

हल – दिया है :

- मीनार की ऊँचाई (h) = 100 m.
- मान लीजिए कि दो कारें टावर के आधार के विपरीत दिशाओं में समतल जमीन पर स्थित बिंदु A और B पर हैं। (C).
- कार A का अवनमन कोण = 60°, अतः जमीन से इसका उन्नयन कोण 60° है।
- कार B का अवनमन कोण = 45°, अतः जमीन से उसका उन्नयन कोण भी 45° है।



माना मीनार की ऊँचाई (TC) = 100 मीटर है।

माना दो कारें मीनार के आधार (C) के दोनों विपरीत दिशाओं में जमीन पर बिंदु A और B पर स्थित हैं।

कार A का अवनमन कोण 60° है, इसलिए एकांतर अंतःकोण से इसका उन्नयन कोण भी 60° होगा।

कार B का अवनमन कोण 45° है, इसलिए इसका उन्नयन कोण भी 45° होगा।

मान लेते हैं कि कार A की मीनार के आधार से दूरी x मीटर है और कार B की दूरी y मीटर है।

कार A और मीनार द्वारा बने समकोण त्रिभुज $(\triangle TCA)$ में:

$$\tan(60^\circ) = \frac{\text{लम्ब (ऊँचाई)}}{\text{आधार (दूरी)}} = \frac{100}{x}$$

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

$$\sqrt{3} = \frac{100}{x}$$

$$x = \frac{100}{\sqrt{3}}$$

हर का परिमेयीकरण करने पर (ऊपर और नीचे $\sqrt{3}$ से गुणा करने पर):

$$x = \frac{100\sqrt{3}}{3} \text{ मीटर}$$

कार B और मीनार द्वारा बने समकोण त्रिभुज ($\triangle TCB$) में:

$$\tan(45^\circ) = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{100}{y}$$

$$1 = \frac{100}{y} \Rightarrow y = 100 \text{ मीटर}$$

दोनों कारों के बीच की कुल दूरी दोनों की आधार से दूरियों का योग होगी:

$$\text{कुल दूरी} = x + y = \frac{100\sqrt{3}}{3} + 100$$

दिए गए मान $\sqrt{3} = 1.732$ का उपयोग करने पर:

$$\text{कुल दूरी} = \frac{100 \times 1.732}{3} + 100$$

$$\text{कुल दूरी} = \frac{173.2}{3} + 100$$

$$\text{कुल दूरी} = 57.733 + 100 = 157.733 \text{ मीटर}$$

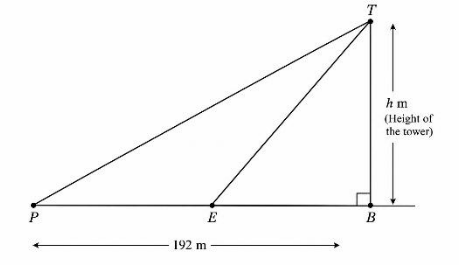
उत्तर: दोनों कारों के बीच की दूरी लगभग **157.73 मीटर** है।

अथवा

क्षैतिज तल के एक बिन्दु P पर, एक मीनार के शीर्ष बिन्दु द्वारा बना कोण इस प्रकार है कि $\tan\theta = \frac{1}{2}$ । मीनार के पाद बिन्दु की ओर बिन्दु P से 192 मीटर की दूरी तय करने के बाद, क्षैतिज तल के एक बिन्दु E पर बना कोण ϕ इस प्रकार है कि $\tan\phi = \frac{3}{4}$ । मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। मीनार के पाद बिन्दु एवं बिन्दु E के बीच की दूरी भी ज्ञात कीजिए।

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

हल – दिया है :



- मीनार की ओर तय की गई दूरी (PE) = 192 m
- $\tan\theta = \frac{1}{2}$ P पर
- $\tan\phi = \frac{3}{4}$ E पर

माना मीनार की ऊँचाई (TB) = h मीटर है।

माना बिंदु E से मीनार के आधार तक की बची हुई दूरी (EB) = x मीटर है।

इसलिए, प्रारंभिक बिंदु P से मीनार के आधार तक की कुल दूरी (PB) = $(192 + x)$ मीटर होगी।

बिंदु E और मीनार द्वारा बने समकोण त्रिभुज $(\triangle EBT)$ में:

$$\tan\phi = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{h}{x}$$

$\tan\phi = \frac{3}{4}$ का मान रखने पर:

$$\frac{3}{4} = \frac{h}{x} \Rightarrow x = \frac{4h}{3} \quad \text{--- (समीकरण 1)}$$

प्रारंभिक बिंदु P और मीनार द्वारा बने बड़े समकोण त्रिभुज $(\triangle PBT)$ में:

$$\tan\theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{h}{192 + x}$$

$\tan\theta = \frac{1}{2}$ का मान रखने पर:

$$\frac{1}{2} = \frac{h}{192 + x}$$

$$192 + x = 2h \quad \text{--- (समीकरण 2)}$$

समीकरण 1 से x का मान समीकरण 2 में प्रतिस्थापित करने पर:

$$192 + \frac{4h}{3} = 2h$$

h को अलग करने के लिए $\frac{4h}{3}$ को दाईं ओर ले जाने पर:

$$192 = 2h - \frac{4h}{3}$$

$$192 = \frac{6h - 4h}{3}$$

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

$$192 = \frac{2h}{3}$$

h का मान ज्ञात करने के लिए 3 से गुणा और 2 से भाग करने पर:

$$h = \frac{192 \times 3}{2}$$

$$h = 96 \times 3 = 288 \text{ मीटर}$$

मीनार की ऊँचाई 288 मीटर है।

अब, $h = 288$ का मान समीकरण 1 में रखकर x (बिंदु E से मीनार के पाद तक की दूरी) ज्ञात करते हैं:

$$x = \frac{4 \times 288}{3}$$

$$x = 4 \times 96 = 384 \text{ मीटर}$$

उत्तर: मीनार की ऊँचाई **288 मीटर** है, और बिंदु E तथा मीनार के पाद बिंदु के बीच की दूरी **384 मीटर** है।

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

NIOS PYQ's SOLUTIONS

PREVIOUS YEARS' QUESTIONS & ANSWERS

OCTOBER-2024

Your Path to Success

खंड – अ

Q1 - $4x^2 - 9y^2$ के गुणनखंड हैं :

(A) $(4x + 9y)(4x - 9y)$

(B) $(2x + 3y)(2x - 3y)$

(C) $(2x - 3y)(2x - 3y)$

(D) $(2x + 3y)(2x + 3y)$

हल - (B) $(2x + 3y)(2x - 3y)$

Q2 – $1 + x + xy + x^2y$ के गुणनखंड हैं :

(A) $(1 + x)(1 + xy)$

(B) $(1 + x)(x + y)$

(C) $(x + y)(1 + xy)$

(D) $(1 + x)(1 + y)$

हल - (A) $(1 + x)(1 + xy)$

Q3 - सबसे छोटी भाज्य संख्या एवं सबसे छोटी अभाज्य संख्या का म.स. है :

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

हल - (C) 2

Q4 - यदि 10 वर्षों में एक देश में अशिक्षित लोगों की संख्या 150 लाख से घटकर 100 लाख हो गई, तो अशिक्षित जनसंख्या घटने का प्रतिशत दर है :

(A) 30%

(B) 50%

(C) $33\frac{1}{3}\%$

(D) $23\frac{1}{3}\%$

हल - (C) $33\frac{1}{3}\%$

Q5 – ₹ 2,500 का 6% वार्षिक दर से 2 वर्ष 6 महीने का साधारण ब्याज है :

(A) ₹ 275

(B) ₹ 350

(C) ₹ 375

(D) ₹ 750

हल - (C) ₹ 375

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

Q6 - बिन्दु P (3, 4) की y-अक्ष से लंबवत दूरी (इकाई में) है :

(A) 3 **(B) 4**

(C) 5 **(D) 7**

हल - (A) 3

Q7 - एक वृत्त के केन्द्र से 5 सेमी की दूरी पर एक बिन्दु P स्थित है और बिन्दु P से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखा की लंबाई 4 सेमी है। वृत्त की त्रिज्या (सेमी में) है :

(A) 6 **(B) 5**

(C) 4 **(D) 3**

हल - (D) 3

Q8 - एक अर्धवृत्त में बना हुआ कोण होता है :

(A) न्यून कोण **(B) अधिक कोण**

(C) समकोण **(D) सरल कोण**

हल - (C) समकोण

Q9 - एक वृत्त की परिधि एवं त्रिज्या का अन्तर 37 सेमी है। उस वृत्त का क्षेत्रफल (वर्ग सेमी में) है:

(A) 111 **(B) 154**

(C) 184 **(D) 259**

हल - (B) 154

Q10 - 14 सेमी ऊँचाई के एक बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 88 वर्ग सेमी है। उस बेलन के वृत्ताकार आधार का व्यास (सेमी में) है:

(A) 5 **(B) 4**

(C) 3 **(D) 2**

हल - (D) 2

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

Q11 - दो घन, जिनमें प्रत्येक की भुजा 12 सेमी, आपस में मिलाए जाते हैं। नये घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल (वर्ग सेमी में) है:

(A) 1440 **(B) 144**

(C) 140 **(D) 72**

हल - (A) 1440

Q12 - एक त्रिभुज PQR, जिसमें $\angle Q = 90^\circ$, में $PQ = 3$ सेमी एवं $PR = 6$ सेमी। $\angle QPR$ की माप है:

(A) 0° **(B) 30°**

(C) 45° **(D) 60°**

हल - (D) 60°

Q13 - यदि $\tan 2A = \cot(A - 18^\circ)$, जहाँ $2A$ एक न्यूनकोण है, तो A का मान है:

(A) 26° **(B) 29°**

(C) 30° **(D) 36°**

हल - (D) 36°

Q14 - यदि $3 \tan A = 4$, तो $\cos A$ का मान है:

(A) $\frac{3}{5}$ **(B) $\frac{5}{3}$**

(C) $\frac{4}{3}$ **(D) $\frac{3}{4}$**

हल - (A) $\frac{3}{5}$

Q15 - निम्नलिखित में से कौन एक किसी घटना की प्रायिकता नहीं है?

(A) 0.5 **(B) 25%**

(C) $\frac{1}{6}$ **(D) $\frac{5}{4}$**

हल - (D) $\frac{5}{4}$

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

Q16 - निम्नलिखित में से कौन किसी आँकड़े के केन्द्रीय प्रवृत्ति का माप नहीं है ?

(A) बहुलक | **(B) माध्यमिक**

(C) माध्य | **(D) परिसर**

हल - (D) परिसर

Q17 - आँकड़ों 10, 12, 14, 16, 18, 20 का माध्यमिक है:

(A) 12 | **(B) 14**

(C) 15 | **(D) 16**

हल - (C) 15

Q18 - रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

(i) $64a^3 + 27b^3$ के गुणनखंड $(4a + 3b)$ तथा (________) हैं।

(ii) $\frac{x^2+1}{x-2}$ और $\frac{x^2-1}{x-2}$ का योग ________ है।

हल - (i) $16a^2 - 12ab + 9b^2$

(ii) $\frac{2x^2}{x-2}$

Q19 - सही कथन के लिए सत्य और गलत कथन के लिए असत्य लिखिए :

(i) समांतर श्रेढ़ी $-10, -5, 0, 5, \ldots$ का 15वाँ पद 65 है।

(ii) प्रथम 20 विषम प्राकृत संख्याओं का योग 400 है।

हल – (i) असत्य

(ii) सत्य

Q20 - स्तंभ-I के कथन का स्तंभ-II के सही विकल्प से मिलान कीजिए :

स्तंभ-I	स्तंभ-II
(i) यदि बिन्दुओं $A(-3, b)$ एवं $B(1, b+4)$ के रेखाखंड का मध्य बिन्दु $P(-1, 1)$ है, तो b का मान है:	(A) 12
(ii) एक ऐसा त्रिभुज, जिसके शीर्ष बिन्दु $(0, 4)$, $(0, 0)$ एवं $(3, 0)$ हैं, का परिमाप है:	(B) -1
	(C) 2

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

हल – (i) यदि बिन्दुओं $A(-3, b)$ एवं $B(1, b+4)$ के रेखाखंड का मध्य बिन्दु $P(-1,1)$ है, तो b का मान है: → **(B)** -1

(ii) एक ऐसा त्रिभुज, जिसके शीर्ष बिन्दु $(0,4)$, $(0,0)$ एवं $(3,0)$ हैं, का परिमाप है: → **(A) 12**

Q21 - रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

(i) केन्द्र बिन्दु O के वृत्त की दो स्पर्श रेखाएं TP एवं TQ इस प्रकार हैं कि $\angle POQ = 110°$, तो $\angle PTQ =$ ________.

(ii) AC तथा BD एक चक्रीय चतुर्भुज के विकर्ण है। यदि $\angle DBC = 55°$ तथा $\angle BAC = 45°$, तो $\angle BCD$ ________ है।

हल – (i) $70°$

(ii) $80°$

Q22 – सही कथन के लिए सत्य और गलत कथन के लिए असत्य लिखिए :

(i) एक वृत्त, जिसका केन्द्र बिन्दु O है, पर तीन बिन्दु A, P तथा Q हैं। यदि $\angle PAQ = 35°$, तो $\angle OPQ = 50°$.

(ii) एक चक्रीय चतुर्भुज $PQRS$ की भुजा PS को बिन्दु A तक बढ़ाया गया है। यदि $\angle PQR = 80°$, तो $\angle ASR = 100°$

हल – (i) असत्य

(ii) असत्य

Q23 - रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

(i) एक वृत्त की दो जीवाएं AB तथा CD परस्पर वृत्त के अन्दर एक बिन्दु $P पर प्रतिच्छेद करती है। यदि $PA = 4$ सेमी, $PB = x + 3$, $PD = 3$ सेमी और $PC = x + 5$, तो x का मान ________ है।

(ii) एक वृत्त, जिसका केन्द्र बिन्दु O है, का व्यास AB तथा एक स्पर्श रेखा XBY है। वृत्त पर एक बिन्दु C है। यदि $AC = BC$, तो $\angle CBY =$ ________।

हल – (i) 3

(ii) $45°$ $(or\ 135°)$

Q24 - सोनल ने अपनी मित्र अंजली को उसके जन्म दिन पर उपहार देने के लिए एक दीवार घड़ी खरीदी। उस घड़ी की मिनट एवं घण्टा की सूई क्रमशः 10 सेमी एवं 7 सेमी लंबी हैं। उपरोक्त सूचना के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

(i) घण्टे की सूई द्वारा 30 मिनट में निर्मित कोण है:

(A) 30° **(B) 25°**

(C) 20° **(D) 15°**

हल – (D) 15°

(ii) मिनट की सूई द्वारा 20 मिनट में तय किया हुआ क्षेत्रफल है:

(A) 82.046 cm^2 **(B) 90.76 cm^2**

(C) 104.76 cm^2 **(D) 185 cm^2**

हल – (C) 104.76 cm^2

Q25 – रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

(i) यदि एक ठोस अर्धगोले के आयतन और वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल का अंक मान समान है, तो उसका व्यास ________ इकाई है।

(ii) एक बेलनाकार टैंक की क्षमता 6160 घन सेमी है। यदि इसके आधार का व्यास 28 सेमी है, तो टैंक की गहराई ________ सेमी है।

हल – (i) 6

(ii) 10

Q26 – यदि $\sin(A-B) = \frac{1}{2}$ और $\cos(A+B) = \frac{1}{2}$, तब

(i) A का मान है :

(A) 45° **(B) 30°**

(C) 60° **(D) 90°**

हल – (A) 45°

(ii) B का मान है :

(A) 60° **(B) 45°**

(C) 30° **(D) 15°**

हल – (D) 15°

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

Q27 – रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

(i) यदि आँकड़ों 12, 16, 19, 16, x, 12, 16, 19, 12 का बहुलक 16 है, तो x का मान _________ है।

(ii) यथाप्राप्त आँकड़ों का माध्यिक 24 है। यदि आँकड़ों की प्रत्येक संख्या को 2 से बढ़ा दिया जाए, तो नया माध्यिक _________ है।

हल – (i) 16

(ii) 26

Q28 - अंजना और उसकी माँ कविता पिकनिक पर गयी। प्रातःकालीन नाश्ते के पश्चात् अंजना ने मोटरबोट में घुमने की जिद की। शांत पानी में मोटरबोट की गति 18 किलोमीटर प्रति घण्टा थी। गणित की विद्यार्थी होने के कारण, अंजना पानी के बहाव की गति जानना चाहती थी। इसलिए उसने पानी के बहाव की दिशा एवं विपरीत दिशा में लगने वाला समय नोट किया। उसने पाया कि 24 किलोमीटर की दूरी को पानी के बहाव की विपरीत दिशा में तय करने में, पानी के बहाव की दिशा में लगने वाले समय से, 1 घण्टा अधिक समय लगता है। उपरोक्त जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) मान लीजिए पानी के बहाव की गति x किलोमीटर प्रति घण्टा है, तो पानी के बहाव की विपरीत दिशा में मोटरबोट की गति होगीः

(A) $(18 + x)$ **km/hr**

(B) $(18 - x)$ **km/hr**

(C) $(x - 18)$ **km/hr**

(D) $18x$ **km/hr**

हल – (B) $(18 - x)$ km/hr

(ii) दिए हुए प्रतिबंधों को निरूपित करने वाला द्विघात समीकरण हैः

(A) $x^2 + 48x - 324 = 0$

(B) $x^2 - 48x - 324 = 0$

(C) $x^2 - 48x + 324 = 0$

(D) $x^2 + 48x + 324 = 0$

हल – (A) $x^2 + 48x - 324 = 0$

(iii) पानी के बहाव की गति (किलोमीटर प्रति घण्टा में) हैः

(A) 8 km/hr

(B) 6 km/hr

(C) 4 km/hr

(D) 9 km/hr

हल – (B) 6 km/hr

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

(iv) पानी के बहाव की दिशा में जाने पर मोटरबोट द्वारा लिया गया समय है:

(A) 60 मिनट **(B) 90 मिनट**

(C) 100 मिनट **(D) 120 मिनट**

हल – (A) 60 मिनट

(v) गति, समय और दूरी के बीच संबंध है:

(A) दूरी = गति + समय **(B) दूरी = गति - समय**

(C) दूरी = गति × समय **(D) दूरी = गति ÷ समय**

हल – (C) दूरी = गति × समय

खंड – ब

Q29 - यदि $a + \frac{1}{a} = 2$, तो $a^3 + \frac{1}{a^3}$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल – ज्ञात करना है:

$$a^3 + \frac{1}{a^3} \text{ का मान}$$

हम जानते हैं कि द्विपद के घन का बीजीय सर्वसमिका सूत्र इस प्रकार होता है:

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^3 = a^3 + \frac{1}{a^3} + 3(a)\left(\frac{1}{a}\right)\left(a + \frac{1}{a}\right)$$

इसे सरल करने पर:

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^3 = a^3 + \frac{1}{a^3} + 3\left(a + \frac{1}{a}\right)$$

अब, समीकरण में दिए गए मान $a + \frac{1}{a} = 2$ को प्रतिस्थापित करने पर:

$$(2)^3 = a^3 + \frac{1}{a^3} + 3(2)$$

$$8 = a^3 + \frac{1}{a^3} + 6$$

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

दोनों पक्षों से 6 घटाकर अभीष्ट पद का मान अलग करने पर:

$$a^3 + \frac{1}{a^3} = 8 - 6$$

$$a^3 + \frac{1}{a^3} = 2$$

उत्तर: $a^3 + \frac{1}{a^3}$ का मान **2** है।

अथवा

$3a^5b - 243ab^5$ के गुणनखंड कीजिए।

हल – सबसे पहले, हम दोनों पदों में से सबसे बड़ा सामान्य एकपदीय गुणनखंड (common factor) बाहर निकालते हैं। यहाँ $3ab$ सामान्य है:

$$3a^5b - 243ab^5 = 3ab(a^4 - 81b^4)$$

अब कोष्ठक के अंदर के पदों को पूर्ण वर्ग के रूप में व्यक्त करने पर:

$$= 3ab[(a^2)^2 - (9b^2)^2]$$

वर्गों के अंतर की सर्वसमिका $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$ का उपयोग करने पर:

$$= 3ab(a^2 + 9b^2)(a^2 - 9b^2)$$

पद $(a^2 - 9b^2)$ को आगे भी वर्गीकृत किया जा सकता है क्योंकि यह भी वर्गों का अंतर है:

$$a^2 - 9b^2 = (a)^2 - (3b)^2 = (a + 3b)(a - 3b)$$

इस मान को वापस पूरे गुणनखंड में रखने पर:

$$= 3ab(a^2 + 9b^2)(a + 3b)(a - 3b)$$

उत्तर: पूर्ण गुणनखंडित रूप $3ab(a^2 + 9b^2)(a + 3b)(a - 3b)$ है।

Q30 - चाय के मूल्य में 10% की कमी होने से एक डीलर ने ₹ 20,000 में 25 किलो अधिक चाय खरीदी। चाय का प्रति किलो वास्तविक एवं घटा हुआ मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल – दिया है:

- कुल खर्च की गई राशि = ₹ 20,000
- मूल्य में कमी की दर = 10%
- अधिक खरीदी गई चाय की मात्रा = 25 किलो

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

मूल्य में कमी होने के कारण कुल बजट में से पैसों की बचत होगी। आइए इस बचत राशि की गणना करें:

$$\text{बचाए गए पैसे} = 20{,}000 \text{ का } 10\%$$

$$\text{बचाए गए पैसे} = \frac{10}{100} \times 20000 = ₹\ 2{,}000$$

प्रश्न के अनुसार, यह बचाई गई ₹ 2,000 की राशि डीलर को 25 किलो अधिक चाय खरीदने में सक्षम बनाती है।

इसलिए, 25 किलो चाय का घटा हुआ मूल्य ₹ 2,000 के बराबर है।

$$\text{घटा हुआ प्रति किलो मूल्य} = \frac{\text{बचाए गए पैसे}}{\text{अतिरिक्त मात्रा}}$$

$$\text{घटा हुआ मूल्य} = \frac{2000}{25} = ₹\ 80 \text{ प्रति किलो}$$

अब, माना कि चाय का वास्तविक (मूल) मूल्य ₹ x प्रति किलो था।

चूंकि मूल्य में 10% की कमी की गई थी, इसलिए घटा हुआ मूल्य वास्तविक मूल्य का 90% है।

$$x \text{ का } 90\% = 80$$

$$\frac{90}{100} \times x = 80$$

$$x = \frac{80 \times 100}{90}$$

$$x = \frac{800}{9} \approx ₹\ 88.89 \text{ प्रति किलो}$$

उत्तर: चाय का वास्तविक मूल्य **₹ 88.89 प्रति किलो** (या $\frac{800}{9}$ रुपये) है और घटा हुआ मूल्य **₹ 80 प्रति किलो** है।

अथवा

₹ 9,500 अंकित मूल्य की मशीन ₹ 7,600 में मिल रही है। दिए जा रहे बट्टे की प्रतिशत दर ज्ञात कीजिए।

हल – दिया है:

- मशीन का अंकित मूल्य (M.P.) = ₹ 9,500
- मशीन का विक्रय मूल्य (S.P.) = ₹ 7,600

सबसे पहले, हम सूत्र का उपयोग करके बट्टे (छूट) की कुल राशि ज्ञात करते हैं:

$$\text{बट्टा (Discount)} = \text{अंकित मूल्य} - \text{विक्रय मूल्य}$$

$$\text{बट्टा} = 9500 - 7600 = ₹\ 1{,}900$$

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

अब, बट्टा प्रतिशत की गणना करते हैं। बट्टा हमेशा अंकित मूल्य पर निकाला जाता है:

$$\text{बट्टा प्रतिशत (Discount \%)} = \left(\frac{\text{बट्टा}}{\text{अंकित मूल्य}}\right) \times 100\%$$

$$\text{बट्टा प्रतिशत} = \left(\frac{1900}{9500}\right) \times 100\%$$

$$\text{बट्टा प्रतिशत} = \frac{1}{5} \times 100\%$$

$$\text{बट्टा प्रतिशत} = 20\%$$

उत्तर: दिए जा रहे बट्टे की दर **20%** है।

Q31 - एक कैमरा ₹ 5,000 के तुरंत भुगतान तथा 3 माह पश्चात् ₹ 21,000 की किस्त पर बेचा जा रहा है। यदि लिए गए ब्याज की दर 20% वार्षिक है, तो कैमरे का नकद मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल – दिया है:

- तुरंत भुगतान (कैश डाउन पेमेंट) = ₹ 5,000
- 3 महीने बाद दी जाने वाली किस्त राशि (A) = ₹ 21,000
- समय (T) = 3 महीने = $\frac{3}{12}$ वर्ष = $\frac{1}{4}$ वर्ष
- ब्याज की दर (R) = 20% वार्षिक

माना कि किस्त योजना के तहत वित्तपोषित (financed) शेष मूलधन राशि ₹ P है।

3 महीने बाद किया जाने वाला अंतिम भुगतान इस मूलधन राशि और साधारण ब्याज को मिलाकर होता है। इसलिए, साधारण मिश्रधन के सूत्र का उपयोग करने पर:

$$A = P + \frac{P \times R \times T}{100}$$

समीकरण में दिए गए मान रखने पर:

$$21000 = P + \frac{P \times 20 \times \frac{1}{4}}{100}$$

$$21000 = P + \frac{P \times 5}{100}$$

$$21000 = P + \frac{5P}{100}$$

$$21000 = \frac{105P}{100}$$

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

अब, P के लिए हल करने पर:

$$105P = 21000 \times 100$$

$$105P = 2100000$$

$$P = \frac{2100000}{105}$$

$$P = 20000$$

शेष वित्तपोषित मूलधन राशि ₹ 20,000 थी।

कैमरे का नकद मूल्य = तुरंत भुगतान + शेष मूलधन (P)

नकद मूल्य $= 5000 + 20000 = 25000$

उत्तर: कैमरे का नकद मूल्य **₹ 25,000** है।

Q32 - 1-1-2021 को एक गाँव की जनसंख्या 20,000 थी। प्रथम वर्ष में यह 10% की दर से बढ़ी परन्तु दूसरे वर्ष में 10% की दर से घट गई। 31-12-2022 को उस गाँव की जनसंख्या ज्ञात कीजिए।

हल – दिया है:

- प्रारंभिक जनसंख्या (V_0) = 20,000
- पहले वर्ष में वृद्धि की दर (r_1) = 10%
- दूसरे वर्ष में कमी की दर (r_2) = 10%
- समय अवधि = 2 पूर्ण वर्ष (1-1-2021 से 31-12-2022 तक)

जब जनसंख्या परिवर्तन की दरें लगातार क्रमिक अवधियों में अलग-अलग होती हैं, तो हम निम्नलिखित व्यापक सूत्र का उपयोग करते हैं:

$$V_2 = V_0 \times \left(1 + \frac{r_1}{100}\right) \times \left(1 - \frac{r_2}{100}\right)$$

सूत्र में मान रखने पर:

$$V_2 = 20000 \times \left(1 + \frac{10}{100}\right) \times \left(1 - \frac{10}{100}\right)$$

$$V_2 = 20000 \times (1 + 0.10) \times (1 - 0.10)$$

$$V_2 = 20000 \times 1.10 \times 0.90$$

$$V_2 = 20000 \times 0.99$$

$$V_2 = 19800$$

उत्तर: 31-12-2022 को गाँव की जनसंख्या **19,800** होगी।

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

अथवा

एक फुटकर विक्रेता एक थोक विक्रेता से ₹ 300 प्रति पुस्तक के भाव से पुस्तकें खरीदता है और प्रत्येक पुस्तक पर ₹ 400 का मूल्य अंकित करता है। वह उन पुस्तकों को बट्टे पर बेचकर क्रय मूल्य पर 20% लाभ अर्जित करता है। ग्राहक को दिए जाने वाला बट्टा प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

हल - दिया है:

- एक पुस्तक का क्रय मूल्य (C.P.) = ₹ 300
- एक पुस्तक का अंकित मूल्य (M.P.) = ₹ 400
- लाभ प्रतिशत = 20%

सबसे पहले, क्रय मूल्य पर अर्जित वास्तविक लाभ की राशि ज्ञात करते हैं:

$$\text{लाभ (Profit)} = \text{C.P. का } 20\%$$

$$\text{लाभ} = \frac{20}{100} \times 300 = ₹\ 60$$

अब, पुस्तक का विक्रय मूल्य (S.P.) ज्ञात करते हैं:

$$\text{विक्रय मूल्य (S.P.)} = \text{क्रय मूल्य} + \text{लाभ}$$

$$\text{विक्रय मूल्य} = 300 + 60 = ₹\ 360$$

इसके बाद, अंकित मूल्य पर दी गई छूट (बट्टा) की राशि ज्ञात करते हैं:

$$\text{बट्टा (Discount)} = \text{अंकित मूल्य} - \text{विक्रय मूल्य}$$

$$\text{बट्टा} = 400 - 360 = ₹\ 40$$

अब, अंकित मूल्य पर दिए गए बट्टे का प्रतिशत ज्ञात करते हैं:

$$\text{बट्टा प्रतिशत} = \left(\frac{\text{बट्टा}}{\text{अंकित मूल्य}}\right) \times 100\%$$

$$\text{बट्टा प्रतिशत} = \left(\frac{40}{400}\right) \times 100\%$$

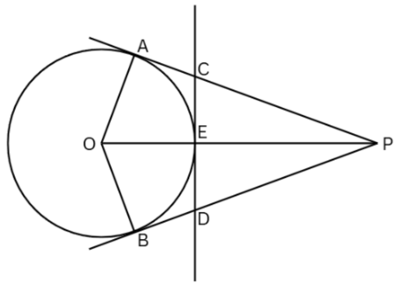
$$\text{बट्टा प्रतिशत} = \frac{1}{10} \times 100\% = 10\%$$

उत्तर: ग्राहकों को दिया जाने वाला बट्टा प्रतिशत **10%** है।

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

Q33 - केन्द्र बिन्दु O के वृत्त के बाहर स्थित बिन्दु P से वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएं PA तथा PB इस प्रकार खींची गई हैं कि $PA = 14$ सेमी। वृत्त पर एक अन्य स्पर्श रेखा CD, बिन्दु E पर खींची गई है जो PA तथा PB को क्रमशः C तथा D पर प्रतिच्छेद करती है। ΔPCD का परिमाप ज्ञात कीजिए।

हल - वृत्त के बाह्य स्पर्श रेखाओं के गुण के अनुसार, किसी एक ही बाहरी बिंदु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लंबाइयाँ बराबर होती हैं।



1. बाह्य बिंदु P से: $PA = PB = 14$ सेमी
2. बाह्य बिंदु C से: $CA = CE$
3. बाह्य बिंदु D से: $DB = DE$

अब, ΔPCD के परिमाप का समीकरण लिखते हैं:

$$\text{इसे समीकरण में रखने पर: } \Delta PCD \text{ का परिमाप} = PC + CD + PD$$

चूंकि बिंदु E, रेखाखंड CD पर स्थित है, हम CD को $(CE + DE)$ के रूप में लिख सकते हैं:

$$\text{परिमाप} = PC + (CE + DE) + PD$$

ऊपर ज्ञात किए गए स्पर्श रेखा संबंधों का उपयोग करके $CE = CA$ और $DE = DB$ प्रतिस्थापित करने पर:

$$\text{परिमाप} = PC + (CA + DB) + PD$$

$$\text{परिमाप} = (PC + CA) + (PD + DB)$$

चित्र की ज्यामिति से हम देख सकते हैं कि $(PC + CA) = PA$ और $(PD + DB) = PB$ है:

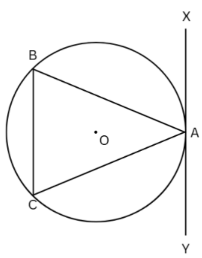
$$\text{परिमाप} = PA + PB$$

$$\text{परिमाप} = 14 + 14 = 28 \text{ सेमी}$$

उत्तर: ΔPCD का परिमाप **28 सेमी** है।

Q34 - ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें $AB = AC$ तथा XAY, त्रिभुज ABC के परिवृत्त पर स्पर्श रेखा है। सिद्ध कीजिए कि $XY \parallel BC$

हल –



All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

उपपत्ति:

1. ΔABC में, दिया गया है कि $AB = AC$ है। हम जानते हैं कि बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण भी आपस में बराबर होते हैं:

$$\angle ABC = \angle ACB \quad \text{--- (समीकरण 1)}$$

2. **एकांतर वृत्तखंड प्रमेय (Alternate Segment Theorem)** के अनुसार, वृत्त की किसी स्पर्श रेखा और स्पर्श बिंदु से जाने वाली जीवा के बीच बना कोण, उस जीवा द्वारा एकांतर वृत्तखंड में बने कोण के बराबर होता है।

3. यहाँ स्पर्श रेखा XAY और जीवा AB के बीच बना कोण $\angle XAB$, जीवा AB द्वारा एकांतर वृत्तखंड में बने कोण $\angle ACB$ के बराबर होगा:

$$\angle XAB = \angle ACB \quad \text{--- (समीकरण 2)}$$

4. समीकरण 1 और समीकरण 2 की तुलना करने पर, क्योंकि दोनों कोण $\angle ACB$ के बराबर हैं:

$$\angle XAB = \angle ABC$$

5. चित्र से स्पष्ट है कि रेखाओं XY और BC के लिए रेखाखंड AB एक तिर्यक रेखा (transversal line) का काम करता है, जिसके कारण $\angle XAB$ और $\angle ABC$ एकांतर अंतःकोण (alternate interior angles) हैं।

6. चूंकि ये एकांतर अंतःकोण आपस में बराबर हैं, इसलिए ये रेखाएं एक-दूसरे के समांतर होंगी। अतः सिद्ध होता है कि, $XY \parallel BC$।

Q35 - उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं $A(-1, 4)$ तथा $(1, 3)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को $2:3$ के अन्तः अनुपात में विभाजित करता है।

हल – रेखाखंड को आंतरिक रूप से विभाजित करने वाले बिन्दु के लिए हम विभाजन सूत्र का उपयोग करते हैं:

$$\text{निर्देशांक} = \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$$

दिए गए मानों को सूत्र में रखने पर:

$$\text{x-निर्देशांक} = \frac{2(1) + 3(-1)}{2+3} = \frac{2-3}{5} = -\frac{1}{5}$$

$$\text{y-निर्देशांक} = \frac{2(3) + 3(4)}{2+3} = \frac{6+12}{5} = \frac{18}{5}$$

उत्तर: विभाजित करने वाले अभीष्ट बिन्दु के निर्देशांक $\left(-\frac{1}{5}, \frac{18}{5}\right)$ हैं।

अथवा

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

उस त्रिभुज के केन्द्रक के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष बिन्दु $A(-2,4)$, $B(7,-3)$ तथा $C(4,5)$ हैं।

हल – त्रिभुज के केंद्रक का निर्देशांक ज्ञात करने का प्रामाणिक सूत्र निम्नलिखित है:

$$\text{केंद्रक} = \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$$

दिए गए शीर्षों के मान सूत्र में रखने पर:

$$\text{x-निर्देशांक} = \frac{-2 + 7 + 4}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

$$\text{y-निर्देशांक} = \frac{4 + (-3) + 5}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

उत्तर: त्रिभुज के केंद्रक के निर्देशांक **(3, 2)** हैं।

Q36 - निम्नलिखित आँकड़ों का माध्यिक ज्ञात कीजिए:

x_i	5	10	15	25	30
f_i	4	6	7	3	5

हल – इस असतत डेटा वितरण का माध्यिक ज्ञात करने के लिए, हम सबसे पहले संचयी आवृत्ति (Cumulative Frequency) सारणी तैयार करते हैं:

x_i	आवृत्ति(f_i)	**संचयी आवृत्ति** ($C.F.$)
5	4	4
10	6	$4 + 6 = 10$
15	7	$10 + 7 = 17$
25	3	$17 + 3 = 20$
30	5	$20 + 5 = 25$

कुल प्रेक्षणों की संख्या (N) = $\sum f_i = 25$

अब, माध्यिक के पद का स्थान निर्धारित करते हैं:

$$\text{माध्यिक का स्थान} = \frac{N+1}{2} = \frac{25+1}{2} = \frac{26}{2} = 13\text{वाँ स्थान}$$

इसके बाद, हम सारणी में वह संचयी आवृत्ति देखते हैं जो 13 के बराबर हो या उससे ठीक बड़ी हो। सारणी के अनुसार, संचयी आवृत्ति का मान 17 है, जो 13वें प्रेक्षण को अपने अंदर समाहित किए हुए है। संचयी आवृत्ति C.F. = 17 के संगत प्रेक्षण मूल्य x_i का मान 15 है।

उत्तर: आँकड़ों का माध्यिक **15** है।

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

Q37 - यदि निम्नलिखित आँकड़ों का माध्य 15 है, तो p का मान ज्ञात कीजिए :

x_i	5	10	15	20	25
f_i	6	p	6	10	5

हल – हम माध्य की गणना के लिए $f_i \times x_i$ के गुणनफल और उनके योगफल की सारणी बनाते हैं:

x_i	f_i	$f_i x_i$
5	6	$5 \times 6 = 30$
10	p	$10 \times p = 10p$
15	6	$15 \times 6 = 90$
20	10	$20 \times 10 = 200$
25	5	$25 \times 5 = 125$
Total	$\sum f_i = 27 + p$	$\sum f_i x_i = 445 + 10p$

सांख्यिकीय समांतर माध्य का सूत्र निम्नलिखित होता है:

$$\text{माध्य (Mean)} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

चूंकि माध्य = 15 दिया गया है:

$$15 = \frac{445 + 10p}{27 + p}$$

$$15(27 + p) = 445 + 10p$$

$$405 + 15p = 445 + 10p$$

चर p को अलग करने के लिए पदों को व्यवस्थित करने पर:

$$15p - 10p = 445 - 405$$

$$5p = 40$$

$$p = \frac{40}{5} = 8$$

उत्तर: p का मान **8** है।

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

Q38 - निम्नलिखित रैखिक समीकरण निकाय को आलेखीय विधि से हल कीजिए :

$\boldsymbol{x + y = 7}, \quad \boldsymbol{x - y = 1}$

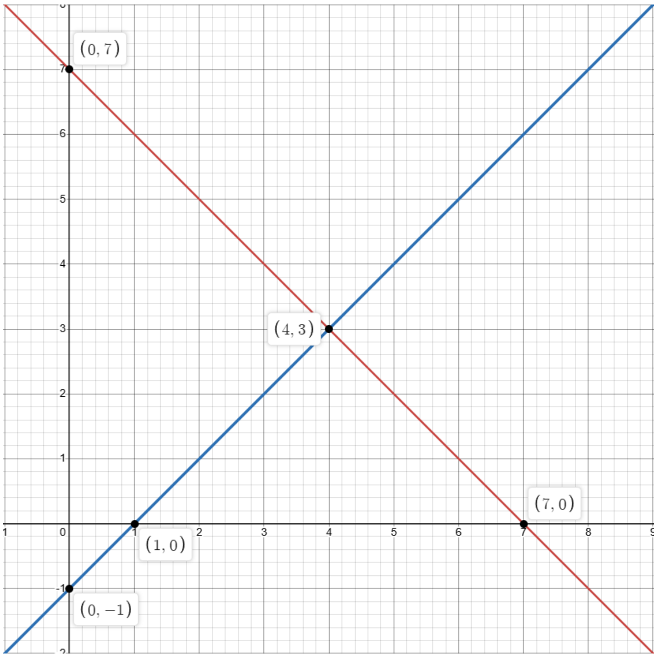
हल – समीकरणों को आलेख (ग्राफ) पर प्रदर्शित करने के लिए हमें प्रत्येक रैखिक समीकरण के लिए दो बिंदु ढूंढने होंगे।

पहले समीकरण के लिए: $x + y = 7 \Rightarrow y = 7 - x$

- यदि $x = 0$ रखें, तो $y = 7 - 0 = 7$ होगा। बिन्दु: $(0,7)$
- यदि $x = 7$ रखें, तो $y = 7 - 7 = 0$ होगा। बिन्दु: $(7,0)$

दूसरे समीकरण के लिए: $x - y = 1 \Rightarrow y = x - 1$

- यदि $x = 0$ रखें, तो $y = 0 - 1 = -1$ होगा। बिन्दु: $(0, -1)$
- यदि $x = 1$ रखें, तो $y = 1 - 1 = 0$ होगा। बिन्दु: $(1,0)$



इन बिंदुओं का उपयोग करके जब दोनों रेखाओं को ग्राफ पेपर पर खींचा जाता है, तो वे एक-दूसरे को ठीक एक बिंदु पर काटती हैं। यह प्रतिच्छेदन बिंदु ही दोनों समीकरणों का उभयनिष्ठ हल होता है। ग्राफ लेआउट के अनुसार, दोनों रेखाएँ पूरी तरह से उस बिंदु पर मिलती हैं जहाँ x-निर्देशांक 4 और y-निर्देशांक 3 है। हम बीजगणितीय रूप से भी इसकी जांच कर सकते हैं: $4 + 3 = 7$ और $4 - 3 = 1$।

उत्तर: रैखिक समीकरणों का आलेखीय हल $x = 4, y = 3$ है।

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

Q39 - ₹ 700 का उपयोग करते हुए एक स्कूल के सात विद्यार्थियों को उनके शैक्षणिक प्रदर्शन के लिए पुरस्कार दिए जाने हैं। यदि प्रत्येक पुरस्कार अपने से पहले वाले पुरस्कार से ₹ 20 कम है, तो प्रत्येक पुरस्कार का मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल – पुरस्कारों की कुल धनराशि (S_n) = ₹ 700

नकद पुरस्कारों की कुल संख्या (n) = 7

चूंकि प्रत्येक अगला पुरस्कार पिछले पुरस्कार से ₹ 20 कम है, इसलिए ये मान एक समांतर श्रेढ़ी (A.P.) बनाते हैं,

जिसका सार्वअन्तर (d) = −20 है।

हम समांतर श्रेढ़ी के योगफल के सूत्र का उपयोग करते हैं:

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

पहले पुरस्कार का मूल्य (a) ज्ञात करने के लिए सूत्र में ज्ञात मानों को रखते हैं:

$$700 = \frac{7}{2}[2a + (7-1)(-20)]$$

$$700 \times \frac{2}{7} = 2a + 6(-20)$$

$$200 = 2a - 120$$

$$2a = 200 + 120$$

$$2a = 320 \Rightarrow a = \frac{320}{2} = 160$$

पहले पुरस्कार का मूल्य (a) ₹ 160 है। अब हम प्रत्येक अगले पुरस्कार का मूल्य लगातार ₹ 20 घटाकर ज्ञात करते हैं:

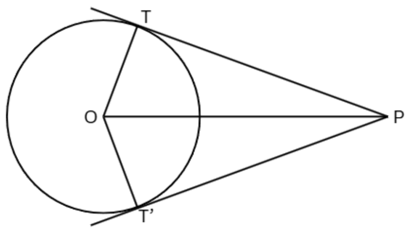
- 1ला पुरस्कार = ₹ 160
- 2रा पुरस्कार = $160 - 20 =$ ₹ 140
- 3रा पुरस्कार = $140 - 20 =$ ₹ 120
- 4था पुरस्कार = $120 - 20 =$ ₹ 100
- 5वां पुरस्कार = $100 - 20 =$ ₹ 80
- 6ठा पुरस्कार = $80 - 20 =$ ₹ 60
- 7वां पुरस्कार = $60 - 20 =$ ₹ 40

उत्तर: सातों नकद पुरस्कारों के मूल्य क्रमशः **₹ 160, ₹ 140, ₹ 120, ₹ 100, ₹ 80, ₹ 60, और ₹ 40** हैं।

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

Q40 - सिद्ध कीजिए कि किसी बाह्य बिन्दु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लंबाईयाँ समान होती हैं।

हल –



उपपत्ति:

1. माना कि O केन्द्र वाला एक वृत्त है। वृत्त के बाहर एक बिंदु P स्थित है, जहाँ से वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएँ PT Crane और PT' खींची गई हैं, जो वृत्त को क्रमशः T और T' पर स्पर्श करती हैं।
2. केंद्र O को बिंदु P, T और T' से मिलाएँ।
3. हम जानते हैं कि स्पर्श बिंदु से जाने वाली त्रिज्या स्पर्श रेखा पर लम्ब होती है। इसलिए:

$$\angle OTP = 90° \quad \text{और} \quad \angle OT'P = 90°$$

4. अब, दोनों समकोण त्रिभुजों ΔOPT और $\Delta OPT'$ की तुलना करने पर:

- $\angle OTP = \angle OT'P = 90°$ (समकोण)
- $OT = OT'$ (एक ही वृत्त की त्रिज्याएँ)
- $OP = OP$ (दोनों त्रिभुजों की उभयनिष्ठ कर्ण भुजा)

5. **RHS (समकोण-कर्ण-भुजा) सर्वांगसमता नियम** के अनुसार, दोनों त्रिभुज परस्पर सर्वांगसम हैं:

$$\Delta OPT \cong \Delta OPT'$$

6. चूंकि दोनों त्रिभुज सर्वांगसम हैं, इसलिए CPCTC (सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग बराबर होते हैं) नियम से इनकी संगत भुजाएं भी बराबर होंगी:

$$PT = PT'$$

अतः, यह सिद्ध होता है कि किसी बाह्य बिंदु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लंबाइयाँ समान होती हैं।

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

Q41 - एक भवन के स्तंभों की शक्ल बेलनाकार है। यदि प्रत्येक स्तंभ के वृत्ताकार आधार का व्यास 40 सेमी और ऊँचाई 10 मीटर है, तो ऐसे 14 स्तंभ बनाने के लिए कितना मसाले का मिश्रण चाहिए ?

हल – दिया है:

स्तंभ के आधार का व्यास = 40 सेमी

$$\text{त्रिज्या } (r) = \frac{40}{2} = 20 \text{ सेमी} = \frac{20}{100} \text{ मीटर} = 0.2 \text{ मीटर}$$

प्रत्येक स्तंभ की ऊँचाई (h) = 10 मीटर स्तंभों की कुल संख्या = 14

मसाले के मिश्रण की आवश्यक मात्रा सभी 14 बेलनाकार स्तंभों के कुल आयतन के बराबर होगी। एक बेलन के आयतन का सूत्र $V = \pi r^2 h$ होता है। एक स्तंभ का आयतन ज्ञात करने के लिए मान रखने पर:

$$V_{\text{एक}} = \frac{22}{7} \times (0.2)^2 \times 10$$

$$V_{\text{एक}} = \frac{22}{7} \times 0.04 \times 10$$

$$V_{\text{एक}} = \frac{22 \times 0.4}{7} = \frac{8.8}{7} \text{ मीटर}^3$$

अब, सभी 14 स्तंभों के लिए कुल आवश्यक मसाले का आयतन ज्ञात करते हैं:

$$\text{कुल आयतन} = 14 \times V_{\text{एक}}$$

$$\text{कुल आयतन} = 14 \times \frac{8.8}{7}$$

$$\text{कुल आयतन} = 2 \times 8.8 = 17.6 \text{ मीटर}^3$$

उत्तर: स्तंभों को बनाने के लिए कुल **17.6 घन मीटर (m^3)** मसाले के मिश्रण की आवश्यकता होगी।

अथवा

एक गाँव, जिसकी जनसंख्या 4,000 है, में प्रतिदिन प्रति व्यक्ति 150 लिटर पानी की आवश्यकता है। इस गाँव में एक टैंक है जिसकी आंतरिक विमाएं 20 मीटर × 15 मीटर × 6 मीटर है। इस टैंक का पानी गाँव के लिए कितने दिन के लिए पर्याप्त होगा? [उपयोग कीजिए 1 घन मीटर = 1000 लिटर]

हल – दिया है:

- गाँव की कुल जनसंख्या = 4,000
- प्रति व्यक्ति प्रतिदिन पानी की आवश्यकता = 150 लीटर

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

घनाभाकार पानी की टंकी की विमाएँ = 20 मीटर × 15 मीटर × 6 मीटर

सबसे पहले, पूरे गाँव के लिए एक दिन की कुल पानी की आवश्यकता की गणना करते हैं:

$$\text{एक दिन की कुल आवश्यकता} = 4000 \times 150 = 6{,}00{,}000 \text{ लीटर}$$

अब, टैंक की कुल आंतरिक धारिता (आयतन) ज्ञात करते हैं:

$$\text{टैंक का आयतन} = \text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई}$$

$$\text{टैंक का आयतन} = 20 \times 15 \times 6 = 1800 \text{ मीटर}^3$$

इस आयतन को लीटर में बदलने के लिए $1 \text{ मीटर}^3 = 1000$ लीटर के पैमाने का उपयोग करते हैं:

$$\text{टैंक की कुल क्षमता (लीटर में)} = 1800 \times 1000 = 18{,}00{,}000 \text{ लीटर}$$

अब, दिनों की संख्या ज्ञात करते हैं जब तक पानी पर्याप्त रहेगा:

$$\text{दिनों की संख्या} = \frac{\text{टैंक की कुल क्षमता}}{\text{प्रतिदिन की कुल आवश्यकता}}$$

$$\text{दिनों की संख्या} = \frac{1800000}{600000} = 3 \text{ दिन}$$

उत्तर: टैंक का पानी गाँव के लिए **3 दिन** के लिए पर्याप्त होगा।

Q42 - ताश खेलने के 52 पत्तों में से चिड़ी का बादशाह, बेगम और गुलाम को निकाल लिया जाता है। शेष पत्तों को अच्छी तरह फेंटकर एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है। निम्नलिखित को प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए:

(i) एक काला पत्ता अथवा एक इक्का

(ii) न तो पान का पत्ता और ना ही बादशाह।

हल – ताश की गड्डी में कुल पत्तों की संख्या = 52

निकाल दिए गए पत्ते = 3 चिड़ी के पत्ते (बादशाह, बेगम, गुलाम)

$$\text{शेष बचे हुए पत्तों की कुल संख्या} = 52 - 3 = 49$$

(i) एक काला पत्ता अथवा एक इक्का प्राप्त करने की प्रायिकता:

गड्डी में शुरुआत में 26 काले पत्ते होते हैं (13 हुकुम + 13 चिड़ी)। चूंकि चिड़ी के 3 काले पत्ते निकाल दिए गए हैं, इसलिए शेष काले पत्तों की संख्या = 26 − 3 = 23 होगी।

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

गड्डी में कुल 4 इक्के होते हैं (2 लाल, 2 काले)। चिड़ी का इक्का गड्डी में ही है क्योंकि केवल तस्वीर वाले पत्ते हटाए गए थे। लेकिन, 2 काले इक्के पहले से ही बचे हुए 23 काले पत्तों में शामिल हो चुके हैं। इसलिए, हम केवल बचे हुए 2 लाल इक्कों को अलग से जोड़ेंगे।

$$\text{अनुकूल पत्तों की संख्या} = 23\ (\text{काले})\ + 2\ (\text{लाल इक्के}) = 25$$

$$\text{प्रायिकता} = \frac{\text{अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल परिणाम}} = \frac{25}{49}$$

(ii) न तो पान का पत्ता और ना ही बादशाह प्राप्त करने की प्रायिकता:

हम उन पत्तों को गिनते हैं जो *या तो* पान के पत्ते हैं *या फिर* बादशाह हैं, और फिर उन्हें कुल शेष पत्तों में से घटा देंगे। पान (Heart) के कुल पत्ते = 13 (सभी लाल हैं, इनमें से कोई नहीं हटाया गया)।

गड्डी में बचे हुए बादशाहों की संख्या = 3 (पान, ईंट और हुकुम के बादशाह बचे हैं; चिड़ी का बादशाह निकाला जा चुका है)।

चूंकि पान का बादशाह पहले से ही उन 13 पान के पत्तों में गिना जा चुका है, इसलिए हमारे पास 2 अन्य बादशाह बचे हैं (ईंट और हुकुम का)।

$$\text{हटाए जाने वाले पत्तों की संख्या} = 13\ (\text{पान})\ + 2\ (\text{अन्य बादशाह}) = 15$$

$$\text{अनुकूल पत्तों की संख्या} = 49 - 15 = 34$$

$$\text{प्रायिकता} = \frac{34}{49}$$

उत्तर: अभीष्ट प्रायिकताएँ क्रमशः **(i)** $\frac{25}{49}$ तथा **(ii)** $\frac{34}{49}$ हैं।

अथवा

तीन सिक्कों को एक साथ उछाला जाता है। निम्नलिखित को प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए:

(i) कम से कम दो चित

(ii) अधिकतम दो पट

हल – जब तीन अलग-अलग सिक्कों को एक साथ उछाला जाता है, तो कुल संभावित परिणाम (प्रतिदर्श समष्टि - Sample Space) $2^3 = 8$ होते हैं:

$$S = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$$

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

(i) कम से कम दो चित (Heads) प्राप्त करने की प्रायिकता:

"कम से कम दो चित" का अर्थ है 2 या 3 चित प्राप्त होना। अनुकूल परिणाम निम्नलिखित हैं:

$$\{HHH, HHT, HTH, THH\}$$

अनुकूल परिणामों की संख्या = 4।

$$\text{प्रायिकता} = \frac{\text{अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल परिणाम}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

(ii) अधिकतम दो पट (Tails) प्राप्त करने की प्रायिकता:

"अधिकतम दो पट" का अर्थ है 0, 1 या 2 पट प्राप्त होना (इसमें केवल वह परिणाम शामिल नहीं होगा जिसमें 3 पट यानी TTT आते हैं)। अनुकूल परिणाम निम्नलिखित हैं:

$$\{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH\}$$

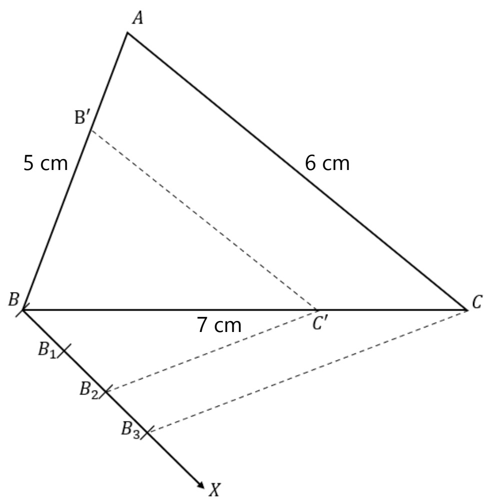
अनुकूल परिणामों की संख्या = 7।

$$\text{प्रायिकता} = \frac{7}{8}$$

उत्तर: अभीष्ट प्रायिकताएँ क्रमशः **(i)** $\frac{1}{2}$ तथा **(ii)** $\frac{7}{8}$ हैं।

Q43 - 5 सेमी, 6 सेमी तथा 7 सेमी भुजाओं का एक त्रिभुज बनाइए। इसके समरूप एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएं पहले त्रिभुज की संगत भुजाओं का $\frac{2}{3}$ हों।

हल –



All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

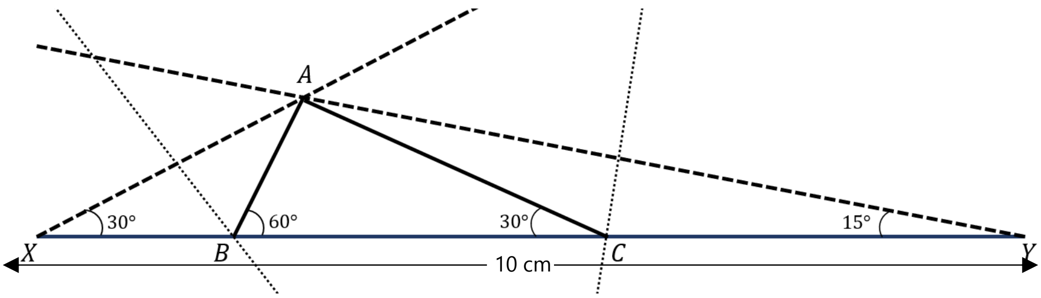
रचना के चरण:

1. पटरी की सहायता से एक आधार रेखाखंड $BC = 7$ सेमी खींचिए।
2. प्रकार को 6 सेमी पर सेट करके बिंदु B से एक चाप लगाइए। फिर प्रकार को 5 सेमी पर सेट करके बिंदु C से दूसरा चाप लगाइए जो पहले चाप को काटता हो। प्रतिच्छेदन बिंदु को A नाम दीजिए। AB और AC को मिलाकर मूल ΔABC बनाइए।
3. बिंदु B से नीचे की ओर आधार रेखाखंड BC के साथ एक न्यूनकोण बनाती हुई किरण BX खींचिए।
4. किरण BX पर समान दूरी पर 3 बिंदु B_1, B_2, और B_3 इस प्रकार अंकित कीजिए कि $BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3$ हो।
5. अंतिम बिंदु B_3 को आधार के कोने वाले बिंदु C से सीधे मिला दीजिए।
6. बिंदु B_2 (जो $\frac{2}{3}$ पैमाने को दर्शाता है) से होकर जाने वाली और B_3C के समांतर एक सीधी रेखा खींचिए, जो आधार रेखाखंड BC को एक नए बिंदु C' पर काटे।
7. अब बिंदु C' से होकर जाने वाली और त्रिभुज की भुजा CA के समांतर एक सीधी रेखा खींचिए, जो दूसरी भुजा AB को नए बिंदु A' पर काटे। इस प्रकार निर्मित $\Delta A'BC'$ अभीष्ट समरूप त्रिभुज है।

अथवा

एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसमें $AB + BC + CA = 10$ सेमी, $\angle B = 60^\circ$ तथा $\angle C = 30^\circ$।

हल –



रचना के चरण:

1. पटरी की सहायता से एक लंबी क्षैतिज आधार रेखा $XY = 10$ सेमी खींचिए (जो त्रिभुज के कुल परिमाप को दर्शाती है)।
2. बाईं ओर के बिंदु X पर 30° का कोण बनाइए (जो कि दिए गए कोण $\angle B$ का आधा अर्थात् $\frac{1}{2} \times 60^\circ$ है)।
3. दाईं ओर के बिंदु Y पर 15° का कोण बनाइए (जो कि दिए गए कोण $\angle C$ का आधा अर्थात् $\frac{1}{2} \times 30^\circ$ है)। इन दोनों कोणों की रेखाएँ जिस शीर्ष बिंदु पर आपस में मिलती हैं, उसे A नाम दीजिए।

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

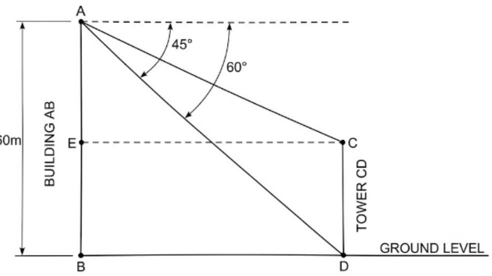
4. अब रेखाखंड AX का एक लंब समद्विभाजक खींचिए। यह लंब समद्विभाजक आधार रेखा XY को जिस बिंदु पर काटता है, उसे B नाम दीजिए।

5. इसी प्रकार, रेखाखंड AY का भी एक लंब समद्विभाजक खींचिए। यह आधार रेखा XY को जिस बिंदु पर काटता है, उसे C नाम दीजिए।

6. पटरी की सहायता से बिंदु A को B से और बिंदु A को C से मिला दीजिए। इस प्रकार $\triangle ABC$ अभीष्ट त्रिभुज है जिसकी तीनों भुजाओं का योग 10 सेमी है।

Q44 - 60 मीटर ऊँचे एक भवन के शीर्ष बिन्दु से, एक मीनार के शीर्ष एवं पाद बिन्दुओं के अवनमन कोण क्रमशः 45° तथा 60° हैं। मीनार की ऊँचाई एवं भवन से इसकी दूरी ज्ञात कीजिए।

हल - दिया है:



- भवन की ऊँचाई (AB) = 60 मीटर
- मीनार के शीर्ष का अवनमन कोण = 45°
- मीनार के पाद (आधार) का अवनमन कोण = 60°

माना मीनार की ऊँचाई (CD) = h मीटर है।

माना भवन और मीनार के बीच की क्षैतिज दूरी (BD) = x मीटर है।

मीनार के शीर्ष C से भवन पर एक क्षैतिज रेखा CE लम्बवत खींचते हैं। तब, $EC = BD = x$ और $ED = CD = h$ होगा। भवन का शेष ऊपरी हिस्सा $AE = 60 - h$ बचेगा।

एकांतर अंतःकोणों के नियम से, मीनार के आधार (D) से भवन के शीर्ष (A) का उन्नयन कोण 60° हो जाएगा।

भवन और मीनार के आधार द्वारा बने समकोण त्रिभुज ΔABD में:

$$\tan(60^\circ) = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{AB}{BD}$$

$$\sqrt{3} = \frac{60}{x} \Rightarrow x = \frac{60}{\sqrt{3}}$$

हर का परिमेयीकरण करने पर:

$$x = \frac{60\sqrt{3}}{3} = 20\sqrt{3} \text{ मीटर}$$

यदि $\sqrt{3} = 1.732$ का उपयोग करें:

$$x = 20 \times 1.732 = 34.64 \text{ मीटर}$$

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

अतः भवन और मीनार के बीच की दूरी 34.64 मीटर है।

अब, ऊपरी छोटे समकोण त्रिभुज ΔAEC पर विचार करते हैं, जहाँ उन्नयन कोण $45°$ है:

$$\tan(45°) = \frac{AE}{EC}$$

$$1 = \frac{60 - h}{x} \Rightarrow x = 60 - h$$

समीकरण में $x = 20\sqrt{3}$ का मान रखने पर:

$$20\sqrt{3} = 60 - h$$

$$h = 60 - 20\sqrt{3}$$

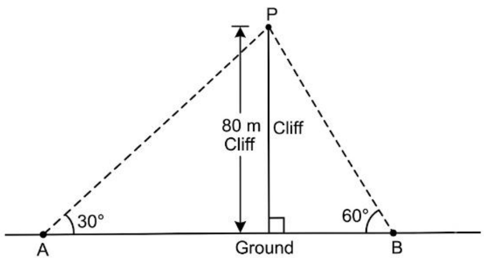
$$h = 60 - 34.64 = 25.36 \text{ मीटर}$$

उत्तर: मीनार की कुल ऊँचाई **25.36 मीटर** है और भवन से इसकी दूरी **34.64 मीटर** है।

अथवा

दो व्यक्ति एक 80 मीटर ऊँची चट्टान के दोनों ओर खड़े होकर, चट्टान के शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः $30°$ एवं $60°$ पाते हैं। दोनों व्यक्तियों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए, यदि वह दोनों चट्टान के आधार बिन्दु से एक रेखा में हैं।

हल - दिया है:



- चट्टान की ऊँचाई (BC) = 80 मीटर
- पहले व्यक्ति का उन्नयन कोण = $30°$
- दूसरे व्यक्ति का उन्नयन कोण = $60°$

मान लेते हैं कि चट्टान को ऊर्ध्वाधर रेखा $BC = 80$ मीटर द्वारा दर्शाया गया है।

माना पहला व्यक्ति एक तरफ बिंदु A पर खड़ा है, जिसकी आधार C से दूरी x है।

माना दूसरा व्यक्ति दूसरी तरफ बिंदु D पर खड़ा है, जिसकी आधार C से दूरी y है।

पहले व्यक्ति द्वारा बने समकोण त्रिभुज ΔBCA में:

$$\tan(30°) = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{BC}{AC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{80}{x} \Rightarrow x = 80\sqrt{3} \text{ मीटर}$$

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

दूसरे व्यक्ति द्वारा बने समकोण त्रिभुज ΔBCD में:

$$\tan(60^\circ) = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{BC}{DC}$$

$$\sqrt{3} = \frac{80}{y} \Longrightarrow y = \frac{80}{\sqrt{3}} \text{ मीटर}$$

दोनों व्यक्तियों के बीच की कुल दूरी दोनों की चट्टान के आधार से दूरियों का योगफल $(x + y)$ होगी:

$$\text{कुल दूरी} = 80\sqrt{3} + \frac{80}{\sqrt{3}}$$

$$\text{कुल दूरी} = \frac{80(\sqrt{3} \times \sqrt{3}) + 80}{\sqrt{3}}$$

$$\text{कुल दूरी} = \frac{80(3) + 80}{\sqrt{3}} = \frac{240 + 80}{\sqrt{3}} = \frac{320}{\sqrt{3}} \text{ मीटर}$$

हर का परिमेयीकरण करने पर ($\sqrt{3}$ से गुणा करने पर):

$$\text{कुल दूरी} = \frac{320\sqrt{3}}{3} \text{ मीटर}$$

यदि $\sqrt{3} = 1.732$ रखें:

$$\text{कुल दूरी} = \frac{320 \times 1.732}{3} = \frac{554.24}{3} \approx 184.75 \text{ मीटर}$$

उत्तर: दोनों व्यक्तियों के बीच की कुल दूरी लगभग **184.75 मीटर** है।

All Rights Reserved © Manish Verma (MVS Foundation), for more Notes visit https://www.mvsfoundation.in/

Thank you!

We hope you found this material helpful. We wish you the very best for your examination.

Strive for Excellence – Your Path to Success